

Rizikové přírážky při oceňování produktů životního pojištění

Petr Sotona

6.11.2009

Seminář z aktuárských věd



Pro život jaký je

Agenda

- Teoretická část
 - Druhy rizikových přírážek a jejich interpretace
 - Vlastnosti rizikových přírážek
 - Postup odhadu rizikových přírážek a metody jejich výpočtu
 - Závislosti rizik a metody snižování rizik
- Praktická část
 - Riziko úmrtnosti
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí kvantilové metody
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí metody nákladů na kapitál
 - Srovnání a závěry

Agenda

- Teoretická část
 - **Druhy rizikových přírážek a jejich interpretace**
 - Vlastnosti rizikových přírážek
 - Postup odhadu rizikových přírážek a metody jejich výpočtu
 - Závislosti rizik a metody snižování rizik
- Praktická část
 - Riziko úmrtnosti
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí kvantilové metody
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí metody nákladů na kapitál
 - Srovnání a závěry

Rizikové přírážky – základní typy

- ▶ **Tržní rizika**
 - ▶ Rizika spojená s trhem: úrokové míry, různé měny, inflace, akcie
- ▶ **Kreditní (úvěrová) rizika**
 - ▶ Nejistota vzhledem k selhání protistrany: zajistitelé, dlužníci, emitenti CP
 - ▶ Riziko změny ratingu, riziko koncentrace
- ▶ **Operační rizika**
 - ▶ Selhání lidí, interních procesů, externí vlivy, právní rizika, změny v legislativě
- ▶ **Rizika likvidity**
 - ▶ Neschopnost dostát svým závazkům v určitém čase, nesoulad ve splatnosti aktiv a pasiv, negativní publicita
 - ▶ 3 úrovně řízení likvidity: Denní, Průběžná, Stresové testování
- ▶ **Pojistná (upisovací) rizika**
 - ▶ Jevy náhodného charakteru, se kterými souvisí možnost vzniku škody

Rizikové přírážky – pojistné riziko

Pojistná rizika lze dělit dále dle různých hledisek

- ▶ Upisovací riziko
 - ▶ Riziko nepřesnosti při stanovení cen a rezerv (hlavně NŽP)
- ▶ Biometrické riziko
 - ▶ Úmrtnost, dlouhověkost, zdravotní rizika (úraz, invalidita, vážné onemocnění)
- ▶ Riziko storen
 - ▶ Riziko chyby v odhadu storen vzhledem ke skutečnému stornování
- ▶ Nákladové riziko
 - ▶ Riziko chyby v odhadu budoucích nákladů vzhledem k jejich realizaci

- ▶ Dále např. Absolutní rizika x Relativní rizika
- ▶ Podle zdrojů: Nejistota modelů a parametrů x Volatilita x Extrémní události

Interpretace rizikové přírážky I

- ▶ Pohled ze strany pojistníka x pojistitele
 - ▶ **Pojistník** nechce sám čelit riziku, za ochranu před rizikem je ochoten zaplatit
 - ▶ **Pojistitel** dokáže spravovat rizika (seskupení, diverzifikace, zajištění), za převzetí rizika inkasuje pojistné
- ▶ Ochrana pojistníka x rezerva na budoucí náklady
 - ▶ **Prvek obezřetnosti na ochranu pojistníka** – jde o pohled regulátora, ten požaduje konzervativní a opatrné ocenění závazků, součástí je přírážka poskytující první úroveň ochrany, kapitál tvoří druhou úroveň ochrany
 - ▶ **Rezerva na náklady za převzetí rizika** – souvisí s principem současné výstupní hodnoty (CEV), přírážka slouží k pokrytí nákladů vzniklých z převzatých rizik, ocenění podle účastníků trhu (ty požadují odměnu za převzetí rizik)
 - ▶ Dále se odlišuje pohled jiného účastníka trhu – ten vnímá přírážku jako součást ceny (odměnu za převzetí rizik) závazků

Interpretace rizikové přirážky II

- ▶ Účel rizikové přirážky: Tlumič šoků x kompenzace za riziko
 - ▶ Oba přístupy mají své klady a zápory
 - ▶ **Tlumič šoků** omezuje vznik nákladů v budoucnosti vzniklých vyššími plněními než bylo odhadnuto
 - + menší volatilita ve vykazování zisků a ztrát
 - + není potřeba v dalších obdobích oceňovat zbývající riziko
 - ▶ **Kompenzace ze převzetí rizika** – pojistitel oceňuje zbývající množství rizika a podle toho upravuje (rozpouští) přirážku
 - + vykazuje okamžitě a transparentně změny v odhadech
 - + riziková přirážky lépe vystihuje svůj význam a množství zbývajícího rizika v pojistném závazku
 - + vyžaduje větší zaměření pojišťoven na vystavení se rizikům -> lepší porozumění rizikům -> lepší řízení rizik

Agenda

- Teoretická část
 - Druhy rizikových přírážek a jejich interpretace
 - **Vlastnosti rizikových přírážek**
 - Postup odhadu rizikových přírážek a metody jejich výpočtu
 - Závislosti rizik a metody snižování rizik
- Praktická část
 - Riziko úmrtnosti
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí kvantilové metody
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí metody nákladů na kapitál
 - Srovnání a závěry

Vlastnosti rizikových přírážek I

- ▶ Různé skupiny požadovaných vlastností dle různého zkoumání přírážek
- ▶ 5 základních očekávaných vlastností rizikových přírážek (RM) dle IASB, IAA, IAIS:
 1. Čím méně je známo o nejlepší odhadu a jeho trendu, tím vyšší by měly být rizikové přírážky
 2. Pro rizika s vyšší vážností a nižší četností mají být vyšší rizikové přírážky než pro rizika s malými čtenějšími škodami
 3. Pro podobná rizika by déle trvající smlouva měla mít vyšší rizikovou přírážku
 4. Rizika s širším pravděpodobnostním rozdělením by měla mít vyšší rizikové přírážky než rizika s užším pravděpodobnostním rozdělením
 5. S vyššími zkušenostmi klesá nejistota, měla by tedy klesat riziková přírážka

Vlastnosti rizikových přírážek II

- ▶ V rámci úvah o konzistenci RMWG stanovila 11 vlastností pro metody vedoucí k výpočtu rizikových přírážek:
 1. Konzistence metody během celé doby trvání pojistné smlouvy
 2. Použití konzistentních podkladů s těmi, které byly použity při výpočtu nejlepšího odhadu
 3. Konzistence s ostatními metodami oceňování v pojišťovnictví
 4. Odlišení metodiky napříč různými produkty (liniemi obchodu) založené na rozdílech v rizicích mezi produkty (liniemi obchodu)
 5. Jednoduchost výpočtu
 6. Konzistence metodiky v průběhu času (riziková přírážka se má měnit pouze, když se mění riziko v závazcích)
 7. Konzistence mezi účetními jednotkami (dvě účetní jednotky s podobným obchodem (závazky) by měly danou metodikou dojít k podobným rizikovým přírážkám)

Vlastnosti rizikových přírážek III

8. Pomáhat odhalit užitečné informace pro akcionáře
 9. Poskytovat užitečné informace pro uživatele finančních výkazů
 10. Konzistence s cíly solventnosti a dalšími oblastmi
 11. Konzistence s cíly IASB
- ▶ Na základě technik snižujících rizika IAA stanovila jiné 4 požadované vlastnosti na rizikové přírážky:
1. V závislosti na historických zkušenostech a věrohodnosti dat by se RM měla měnit
 2. Se zvyšováním diverzifikace by se měla RM snižovat
 3. Zvyšování vzájemně se kompenzujících rizik by mělo RM snižovat
 4. Smlouvy mající adaptabilní prvky by měly mít nižší RM než smlouvy bez těchto prvků

Agenda

- Teoretická část
 - Druhy rizikových přírážek a jejich interpretace
 - Vlastnosti rizikových přírážek
 - **Postup odhadu rizikových přírážek a metody jejich výpočtu**
 - Závislosti rizik a metody snižování rizik
- Praktická část
 - Riziko úmrtnosti
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí kvantilové metody
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí metody nákladů na kapitál
 - Srovnání a závěry

Postup odhadu rizikových přírážek I

► **Obecný postup:**

1. Najít míru rizika a stanovit jednotky k určení množství rizika
 2. Pomocí scénářů peněžních toků odhadnout počet jednotek rizika v závazku
 3. Odhadnout přírážku za jednotku rizika pomocí kombinace pozorovaných cen podobných produktů na trhu, oceňovacích modelů, případně dalších vstupů
 4. Určit výši celkové přírážky (výše přírážky na jednotku rizika * počet jednotek rizika v závazku)
 5. Ověřit výsledek a otestovat na změnu počtu jednotek rizika a změnu výše přírážky na jednotku rizika
- Většinou se počet jednotek rizika v závazku s časem snižuje
- Nemusí obecně platit (vložené opce a garance)

Postup odhadu rizikových přírážek II

Krok 3:

- ▶ Cena pojistného závazku je obecně dostupná pouze při sjednání, kdy se pojistník a pojistitel dohodnou na ceně -> tuto cenu je možné použít ke kalibraci přírážky za jednotku rizika
- ▶ IASB navrhla dva přístupy kalibrace:
 - ▶ **Přístup 1** kalibruje přírážku přímo na pojistné (snížené o počáteční náklady) za použití testu postačitelnosti rezerv -> pojistitel nevykáže zisk na počátku smlouvy
 - ▶ **Přístup 2** používá nestranný odhad přírážky, kterou požadují účastníci trhu – pojistné (počáteční cenu kontraktu) využívá „jen“ jako kontrolu
 - ▶ Za předpokladu, že pojistitel oceňuje stejně jako účastníci trhu, vedou oba přístupy ke stejnému výsledku (rizikové přírážce) na počátku kontraktu
 - ▶ Opět mnoho důvodů pro oba přístupy

Metody výpočtu rizikových přírážek

- ▶ 4 skupiny metod výpočtu explicitní RM:
 - 1. Kvantilové metody:** využití kvantilů, hladiny spolehlivosti, VaR, TVaR, momenty pravděpodobnostního rozložení rizika
 - 2. Metody nákladů na kapitál:** základem je ušlý výnos, jenž není realizován z důvodu nutnosti držení požadovaného kapitálu, tento výnos je náklad na držení kapitálu
 - 3. Metody spojené s diskontováním:** založeno na diskontování a úpravách bezrizikové úrokové míry, použití deflátorů
 - 4. Explicitní předpoklady:** použití specifických dat (ÚT), pevné procento RM
- ▶ Rizika s užším pravděpodobnostním rozložením -> podobné výsledky
- ▶ Rizika s širším pravděpodobnostním rozložením -> RM významně závislá na metodě
- ▶ Nejvíce požadovaných vlastností na RM splňují kvantilové metody a metody nákladů na kapitál

Kvantilové metody

- ▶ Základ tvoří hladina spolehlivosti (95%, 99%, 99,5%, 99,9%)
- ▶ **Hodnota v riziku** (VaR) – velikost kapitálu, která s danou pravděpodobností postačí k pokrytí ztrát

$$VaR_{\alpha}(X) = F_X^{-1}(\alpha) = \inf \{x; F_X(x) \geq \alpha\}$$

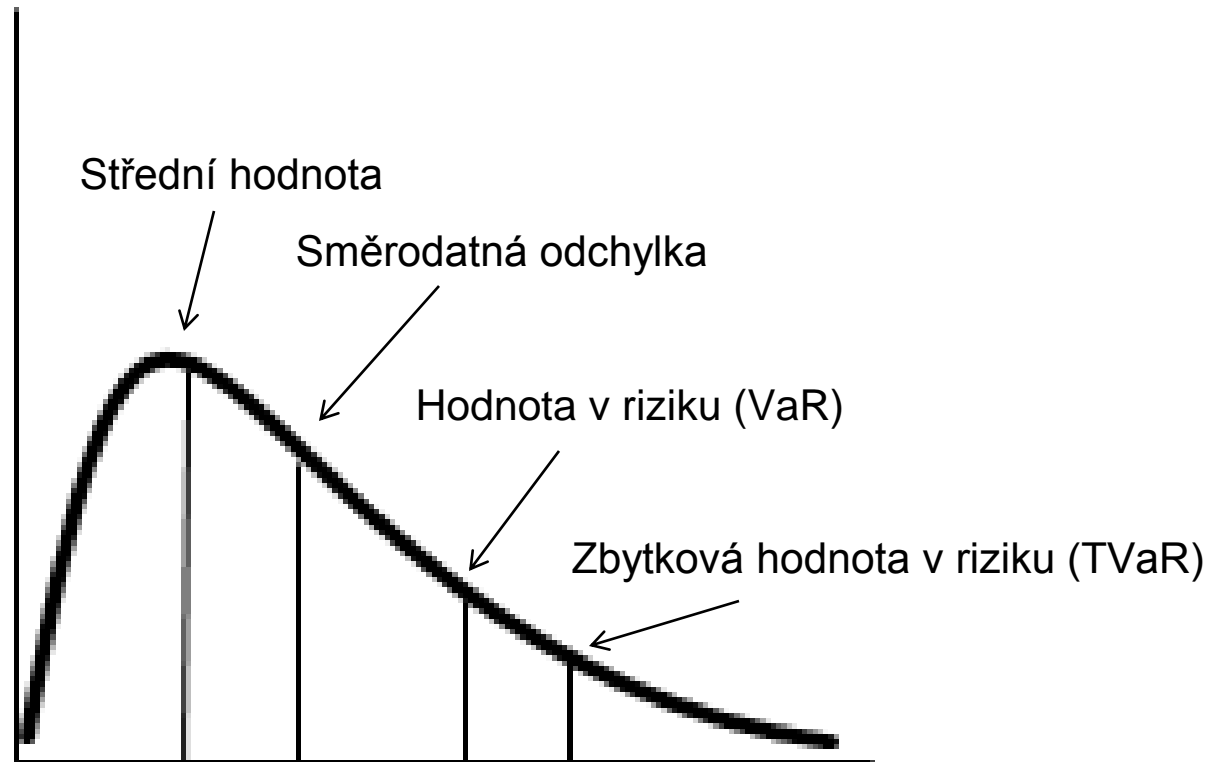
- ▶ Neříká nic o velikosti ztráty při překročení této hodnoty
 - ▶ Není koherentní míra rizika (subaditivita)
- ▶ **Podmíněná (zbytková) hodnota v riziku** (TVaR, CTE) – střední hodnota případů, kdy dojde k překročení daného kvantilu

$$TVaR_{\alpha}(X) = E[X / X > VaR_{\alpha}(X)]$$

- ▶ Je koherentní míra rizika
- ▶ Pro rizika s malou šikmostí dávají obě metody podobné RM
- ▶ Pro rizika s výraznější šikmostí může metodou VaR vycházet záporná RM
-> metoda TVaR odstraňuje tento problém

Kvantilové metody – grafické znázornění

- Pravděpodobnostní rozložení rizika:



Metody nákladů na kapitál

- ▶ Základ tvoří **kapitál** a jeho projekce v budoucích časových okamžicích trvání pojistných závazků – jsou potřeba nejlepší odhady budoucích peněžních toků
 - ▶ Např. vázaný (požadovaný) kapitál, ekonomický kapitál
- ▶ **Výše nákladů** na kapitál obecně jako procento daného kapitálu
 - Např.
 - ▶ SST 6% kapitálu, kapitál určen na hladině spolehlivosti 99,5% (přibližně finanční rating BBB)
 - ▶ 4% kapitálu, kapitál určen na hladině spolehlivosti 99,95% (rating AA)
- ▶ Nejjednodušší metody stanoví kapitál jako procento současné hodnoty nejlepšího odhadu, sofistikovanější metody stanoví kapitál pomocí kvantilových metod
- ▶ **Použití:** nastavení rizikových přírážek na sazby pojistného, při vykazování implicitní hodnoty životního pojištění

Metody spojené s diskontováním

- ▶ Základ tvoří určitá **úprava bezrizikové úrokové míry (RFR)**, upravenou mírou se diskontují závazky k datu výpočtu
- ▶ Nejobecnější metoda: úprava = RFR -> budoucí peněžní toky se nediskontují
 - ▶ Používáno v rámci U.S.GAAP a regulatorního vykazování v NŽP
- ▶ Další metody volí úpravu RFR v závislosti na délce a typu pojistných závazků
- ▶ Leigh (2004) dokázal, že pokud je kapitál stanoven jako procento současné hodnoty nejlepšího odhadu, pak existuje úprava úrokové míry, která produkuje stejnou RM jako metoda nákladů na kapitál
- ▶ Deflátoři – v současnosti používáno na hodnoty aktiv, otázkou je praktická aplikace deflátorů na nezajistitelná rizika pojistných závazků
- ▶ Výše RM je případě těchto metod závislá na obecné hladině RFR (např. pro pojistná rizika nemusí mít úrokové míry téměř vliv na RM)
- ▶ Výsledky mohou být rozporuplné
 - ▶ Např. pro málo rizikový závazek s dlouhou dobou trvání může RM vyjít vyšší než pro velmi rizikový závazek s krátkou maturitou

Explicitní předpoklady

- ▶ IASB: RM mají být explicitní, avšak nedefinuje přesně co je explicitní RM
- ▶ IASB: Přirážky mají být stanoveny explicitně, než zohledněny implicitně v jiných složkách jako diskontní míry, nebo nejlepší odhad
- ▶ RMWG: RM je explicitní, jestliže velikost RM nad nejlepší odhad jasně vypočtena a může tedy být odhalena

Příklady explicitních předpokladů:

- ▶ Použití přesně stanovených úmrtnostních, či jiných tabulek (nejlepší odhad úmrtnostní tabulky + x% úprava pro zohlednění rizika -> x kladné pro riziko smrti, x záporné pro důchodové produkty)
- ▶ Použití explicitní diskontní míry, která je nižší než RFR
- ▶ Použití pevného procenta RM podle typu obchodu (procento současné hodnoty nejlepšího odhadu)

Příklad implicitních předpokladů: Použití historických úmrtnostních tabulek bez přímého vyjádření (explicitního) trendu -> implicitní RM

Agenda

- Teoretická část
 - Druhy rizikových přírážek a jejich interpretace
 - Vlastnosti rizikových přírážek
 - Postup odhadu rizikových přírážek a metody jejich výpočtu
 - **Závislosti rizik a metody snižování rizik**
- Praktická část
 - Riziko úmrtnosti
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí kvantilové metody
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí metody nákladů na kapitál
 - Srovnání a závěry

Závislosti rizik I

- Korelační matice x Kopuly
- Př. Korelační matice v QIS 4:

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrLife^{ixj} \times Life_i \times Life_j}$$

CorrLife	Life _{mort}	Life _{long}	Life _{dis}	Life _{lapse}	Life _{exp}	Life _{rev}	Life _{cat}
Life _{mort}	1	0	0,5	0	0,25	0	0
Life _{long}	0	1	0	0,25	0,25	0,25	0
Life _{dis}	0,5	0	1	0	0,5	0	0
Life _{lapse}	0	0,25	0	1	0,5	0	0
Life _{exp}	0,25	0,25	0,5	0,5	1	0,25	0
Life _{rev}	0	0,25	0	0	0,25	1	0
Life _{cat}	0	0	0	0	0	0	1

Závislosti rizik II

- ▶ **Korelační matice:** Konstantní závislost v rámci celého pravděpodobnostního rozložení rizika -> na koncích rozdělení bývají závislosti výraznější -> kopuly
- ▶ **Kopula:** Funkce propojující mnohorozměrné pravděpodobnostní rozdělení s jeho jednorozměrnými marginálními rozděleními
- ▶ **Sklarova věta:** Pro n -rozměrnou distribuční funkci F s marginálními distribučními funkcemi F_{X_1}, \dots, F_{X_n} existuje kopula $C: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$, že

$$F(x_1, \dots, x_n) = C\{F_{X_1}(x_1), \dots, F_{X_n}(x_n)\}$$

1. Když F_{X_1}, \dots, F_{X_n} jsou spojité marginální distribuční funkce, pak kopula C je určena jednoznačně.
2. Jestliže C je kopula a F_{X_1}, \dots, F_{X_n} jsou distribuční funkce, pak funkce F je sdružená distribuční funkce marginálních distribučních funkcí F_{X_1}, \dots, F_{X_n} .

Možnosti snižování rizik I

- ▶ Shromažďování podobných rizik v portfoliu, diverzifikace dostatečně nekorelovaných rizik a metody zajišťování snižují riziko -> snížení RM

Shromažďování rizik (pooling)

- ▶ Více smluv s podobnými riziky -> menší náhodné výkyvy okolo očekávané hodnoty (nižší volatilita)
- ▶ Zákon velkých čísel – Pravděpodobnostní rozložení rizika je širší pro menší skupinu smluv

Diverzifikace rizik (diversification)

- ▶ Celkové portfolio různých (nepodobných) rizik je méně citlivé na změny rizik než samotné skupiny jednotlivých rizik -> nižší RM resp. požadovaný kapitál

Kompenzace rizik (offsetting)

- ▶ Využití záporné korelace rizik vůči jiné skupině závazků za účelem snížení rizika první skupiny závazků (př. pojištění smrti x důchodové pojištění)
- ▶ Spec. Párování (matching) a zajišťování (hedging) rizik

Možnosti snižování rizik II

▸ **Zajištění (reinsurance)**

- Na rozdíl od zajišťování pomocí derivátů na trhu uzavřena přímo zajistná smlouva na konkrétní rizika cedenta -> převod části rizika na jinou jednotku
- Brát v úvahu kreditní riziko zajistitele

▸ **Adaptabilní rysy smluv (contract adaptability features)**

- Opce, garance a další prvky pojistných smluv (možnost úpravy poplatků, nákladů, zvýšení pojistného, garance výnosu, pojistného plnění,...)

▸ **Koncentrace rizik (risk concentration)**

- Velká část všech rizik jednotky je vystavena stejnému riziku, nebo ve stejné geografické oblasti -> záplavy, zemětřesení, tsunami, hurikány, jiné živelné pohromy, terorismus, investice do aktiv stejného typu
- Zvýšení počtu smluv z různých oblastí -> snížení vlivu jedné škodní události na celé portfolio -> snížení RM

Agenda

- Teoretická část
 - Druhy rizikových přírážek a jejich interpretace
 - Vlastnosti rizikových přírážek
 - Postup odhadu rizikových přírážek a metody jejich výpočtu
 - Závislosti rizik a metody snižování rizik
- Praktická část
 - **Riziko úmrtnosti**
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí kvantilové metody
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí metody nákladů na kapitál
 - Srovnání a závěry

Riziko úmrtnosti

- ▶ Riziko úmrtnosti – 4 subrizika:
 - ▶ Volatilita
 - ▶ Katastrofa
 - ▶ Nejistota hladiny
 - ▶ Nejistota trendu
- ▶ Výpočet přírážky zvlášť pro každé subriziko
- ▶ **Předp.** Vzájemná nezávislost -> Riziková přírážka na riziko úmrtnosti je rovna součtu rizikových přírážek za jednotlivá subrizika

Riziko úmrtnosti - Volatilita

- ▶ Riziko, že aktuální výše úmrtnosti se liší od očekávané výše, za předpokladu, že odhadnuté parametry v nejlepším odhadu jsou správné
- ▶ Volatilita způsobená náhodným charakterem škod (úmrť)
- ▶ Často se uvažuje zjednodušující předpoklad vzájemné nezávislosti jednotlivých škod -> počet škod má binomické rozložení
- ▶ Obecně neplatí – dopravní nehody, živelné události, teroristické útoky, epidemie -> pro rozložení počtu úmrtí vhodné použít rozložení s širším dlouhým koncem (např. Poissonovo rozložení)

Riziko úmrtnosti - Katastrofa

- ▶ Riziko zvýšení hladiny úmrtnosti v určitém okamžiku vlivem katastrofické události
- ▶ Např. tsunami, zemětřesení, výbuch sopky, teroristické útoky, epidemie
- ▶ Nemění se parametry rozložení, jde o krátkodobý (např. jednoletý) šok v hladině úmrtnosti
- ▶ Hlavní problém je nedostatek historických pozorování
-> je obtížné zvolit vhodné pravděpodobnostní rozložení
- ▶ Přirážka se většinou stanoví pomocí expertních odhadů
- ▶ Výpočet často pomocí výrazného zvýšení úmrtnosti v budoucím období (simulace katastrofy)

Riziko úmrtnosti - Nejistota hladiny, nejistota trendu

Nejistota hladiny:

- ▶ Riziko, že odhadnutá hladina na základě historických dat není správná
- ▶ Nejistota je způsobena volatilitou obsaženou v historických datech
- ▶ Čím více je dostupných pozorování, tím menší je nejistota hladiny
- ▶ Volatilita v minulosti -> Riziková přirážka se stanoví podobně jako v případě subrizika volatility (pravděpodobnostní rozložení rizika)

Nejistota trendu:

- ▶ Riziko, že odhadnutý trend na základě historických dat není správný
- ▶ Nejistota opět způsobena volatilitou v minulých pozorováních
- ▶ Trend může výrazně ovlivnit vývoj v lékařství (např. objev nového léku)
- ▶ Lze modelovat pomocí více možných trendů -> problém jsou složité vztahy a korelace mezi trendy v rámci různých věků -> modelování přímo hodnoty celých závazků (závislosti trendů mezi věky se tím zahrnou přímo do výpočtu)

Příklad výpočtu rizikové příirážky na riziko úmrtnosti

- ▶ Smíšené životní pojištění, pojistná doba stanovena do věku pojištěného 65 let
- ▶ Běžně placené pojistné placené po celou dobu trvání pojištění
- ▶ Minimální věk 15 let, maximální 60 let, jedna pojistná částka
- ▶ **Portfolio:** (výpočet k 31.12.2007)
 - ▶ 500 000 pojistných smluv
 - ▶ Roční pojistné 12 000 Kč
 - ▶ Počátek pojištění 1.2.2006
 - ▶ Poměr žen a mužů 1:1
 - ▶ Věkové složení (vstupní věk):
 - 75%: 20 – 40 let
 - 15%: 15 – 19 let, 41 – 53 let
 - 10%: 54 – 60 let

Příklad výpočtu rizikové přírážky na riziko úmrtnosti

- ▶ Odhad současné hodnoty nejlepšího odhadu pojistných závazků pomocí stochastického modelu v software PROPHET
- ▶ 1000 ekonomických scénářů kalibrovaných na tržní data (zohlednění tržních rizik)
- ▶ Bezriziková úroková míra stanovena metodou Nelson-Siegel z tržních dat úrokových swapů k 31.12.2007
- ▶ Použití deflátorů
- ▶ Konstrukce generačních úmrtnostních tabulek
 - ▶ Data z ČSÚ z let 1920-2006, vyčleněna data z let 1940-1945
 - ▶ Použití lineární regrese na zlogaritmované hodnoty pravděpodobností úmrtí
 - ▶ Zvlášť pro tři období (1920-2006, 1950-2006, 1990-2006) -> vážený průměr
 - ▶ Vyhlazení a projekce úmrtnosti do budoucnosti
 - ▶ Konečné vyhlazení pravděpodobností úmrtí

Agenda

- Teoretická část
 - Druhy rizikových přírážek a jejich interpretace
 - Vlastnosti rizikových přírážek
 - Postup odhadu rizikových přírážek a metody jejich výpočtu
 - Závislosti rizik a metody snižování rizik
- Praktická část
 - Riziko úmrtnosti
 - **Výpočet rizikové přírážky pomocí kvantilové metody**
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí metody nákladů na kapitál
 - Srovnání a závěry

Příklad – kvantilové metody – volatilita

Volatilita

- ▶ Riziková přírážka je potřeba jen pro rizika, která nejsou plně diverzifikovatelná
- ▶ Necht' $\sigma(n; \dots)$ je směrodatná odchylka vyjadřující n různých rizik
- ▶ Ze ZVČ pro diverzifikovatelná rizika plyne:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma(n; \dots)}{n} = 0$$

- ▶ Není potřeba tvořit RM na riziko volatility (solventnostní kapitálový požadavek a ekonomický kapitál pokryjí toto riziko)

Příklad – kvantilové metody – katastrofa

Katastrofa

- ▶ Pro nízký počet pozorování je obtížné najít vhodné pravděpodobnostní rozložení
- ▶ Poslední velká katastrofa: 1918 španělská chřipka – dvojnásobný počet úmrtí
- ▶ Výpočet pomocí simulace katastrofické události v roce 2008
 - ▶ 100% navýšení pravděpodobností úmrtí v roce 2008
- ▶ Riziko závisí na geografické poloze i na geografické koncentraci pojištěných
- ▶ Výše rizikové přírážky je rovna rozdílu hodnoty pojistných závazků při simulaci katastrofy a nejlepšího odhadu hodnoty pojistných závazků

Příklad – kvantilové metody – nejistota hladiny

Nejistota hladiny

- ▶ Použití pravděpodobnostního rozložení rizika
- ▶ Předp. Počet úmrtí má Poissonovo rozložení
- ▶ Celková ztráta má složené Poissonovo rozložení
- ▶ Zvolená hladina spolehlivosti 90%
- ▶ Konstrukce 90% intervalu spolehlivosti složeného Poissonova rozložení pomocí NP2 aproximace
- ▶ Předp. $q_x^{Real} = f \times q_x^{Obs}$
- ▶ Necht' X_i je rizikový kapitál na i -té smlouvě, q_i je pravděpodobnost úmrtí na i -té smlouvě
- ▶ Očekávaná ztráta je rovna $L = \sum_{i=1}^{500000} q_i \times X_i$

Příklad – kvantilové metody – nejistota hladiny

Aplikace NP2 aproximace:

- ▶ Srovnání prvních tří centrálních momentů s $N(0,1)$
- ▶ Gram-Charlierův rozvoj $F(x) \cong \Phi(x) - \frac{\gamma_1}{6} \Phi^{(3)}(x) + \frac{\gamma_2 - 3}{24} \Phi^{(4)}(x)$
- ▶ Celkem tedy

$$P\left(\frac{L^{Obs} - L^{Real}}{\sigma^{Real}} \leq s + \frac{\gamma^{Real}(s^2 - 1)}{6}\right) \approx \Phi(s)$$

- ▶ Konkrétně $\Phi(s)=0,9$, $s=1,28$, $(s^2-1)/6=0,11$
- ▶ Po dosazení $L^{Obs} = L^{Real} + (1,28 + 0,11\gamma^{Real})\sigma^{Real}$

Příklad – kvantilové metody – nejistota hladiny

Odhad parametrů:

- ▶ Při použití předpokladu $q_x^{\text{Real}} = f \times q_x^{\text{Obs}}$ dostáváme

$$L^{\text{Real}} = \sum_{i=1}^{500000} q_i^{\text{Real}} X_i = f \sum_{i=1}^{500000} q_i^{\text{Obs}} X_i = f L^{\text{Obs}}$$

$$\sigma^{\text{Real}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{500000} q_i^{\text{Real}} X_i^2} = \sqrt{f} \sigma^{\text{Obs}}$$

$$\gamma^{\text{Real}} = \frac{\sum_{i=1}^{500000} q_i^{\text{Real}} X_i^3}{(\sigma^{\text{Real}})^3} = \frac{\gamma^{\text{Obs}}}{\sqrt{f}}$$

Příklad – kvantilové metody – nejistota hladiny

- ▶ Po dosazení vyjádřených parametrů získáme rovnici

$$L^{Obs} f + 1,28\sigma^{Obs} \sqrt{f} + 0,11\sigma^{Obs} \gamma^{Obs} - L^{Obs} = 0$$

- ▶ Odtud vyjádříme faktor f :

$$f = \left(\frac{-1,28\sigma^{Obs} \pm \sqrt{D}}{2L^{Obs}} \right)^2, \quad D = (1,28\sigma^{Obs})^2 - 4L^{Obs}(0,11\sigma^{Obs} \gamma^{Obs} - L^{Obs})$$

- ▶ Pomocí získaného faktoru f vypočítáme skutečné pravděpodobnosti úmrtí q^{Real}
- ▶ Stanovíme současnou hodnotu pojistných závazků s těmito pravděpodobnostmi
-> RM za nejistotu hladiny je rovna rozdílu této hodnoty pojistných závazků a nejlepšího odhadu současné hodnoty pojistných závazků

Příklad – kvantilové metody – nejistota trendu

Nejistota trendu

- ▶ Dostupná data: pravděpodobnosti úmrtí dle ČSÚ z let 1920-2006
- ▶ Vyčleněna data z let 1940-1945 výrazně ovlivněna světovou válkou
- ▶ Zbývající data rozdělena do 8 období -> vypočteno 8 různých trendů -> 8 párů různých generačních úmrtnostních tabulek -> 8 různých nejlepších odhadů současné hodnoty pojistných závazků

- ▶ Stanoví se výběrový rozptyl

$$s^2 = \frac{1}{7} \left(\sum_{i=1}^8 BE_i - \frac{1}{8} \sum_{l=1}^8 BE_i \right)^2$$

- ▶ Pro výpočet RM použito Studentovo rozložení (málo pozorování, široký dlouhý konec)
- ▶ Hladina spolehlivosti 90% -> kvantil=1,41
- ▶ Výše přirážky se vypočte ze vztahu $RM = 1,41 \times \sqrt{s^2}$

Agenda

- Teoretická část
 - Druhy rizikových přírážek a jejich interpretace
 - Vlastnosti rizikových přírážek
 - Postup odhadu rizikových přírážek a metody jejich výpočtu
 - Závislosti rizik a metody snižování rizik
- Praktická část
 - Riziko úmrtnosti
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí kvantilové metody
 - **Výpočet rizikové přírážky pomocí metody nákladů na kapitál**
 - Srovnání a závěry

Příklad – metoda nákladů na kapitál

- ▶ Stanovení vázaného kapitálu – použitá hladina spolehlivosti 99,5% (analogicky jako v předchozí metodě, výpočet subrizika katastrof pro jednoduchost stejný jako v předchozí metodě)
- ▶ Celkový kapitál roven součtu kapitálových požadavků za všechna subrizika
- ▶ Potřeba stanovit výši tohoto kapitálu ve všech budoucích časových okamžicích -> stanoven tzv. risk driver vyjadřující množství setrvávajícího rizika v závazcích
- ▶ Jako risk driver stanoven rizikový kapitál
- ▶ Projekce vázaného kapitálu se stanoví ze vztahu

$$Re q _ Cap_t = \frac{Re q _ Cap_0}{Risk _ Cap_0} \times Risk _ Cap_t$$

- ▶ Náklady na držení kapitálu stanoveny jako 6% vázaného kapitálu
- ▶ Diskontování nákladů na kapitál k počátku pomocí bezrizikové úrokové míry

Agenda

- Teoretická část
 - Druhy rizikových přírážek a jejich interpretace
 - Vlastnosti rizikových přírážek
 - Postup odhadu rizikových přírážek a metody jejich výpočtu
 - Závislosti rizik a metody snižování rizik
- Praktická část
 - Riziko úmrtnosti
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí kvantilové metody
 - Výpočet rizikové přírážky pomocí metody nákladů na kapitál
 - **Srovnání a závěry**

Příklad – výsledky

Typ přírážky	Kvantilová metoda	Metoda nákladů na kapitál
Volatilita	0%	-
Katastrofa	1,02%	-
Nejistota hladiny	1,29%	-
Nejistota trendu	4,12%	-
Celkem	6,44%	6,94%

Přirážka vyjádřena jako procento současné hodnoty nejlepšího odhadu pojistných závazků

Příklad – změna vstupních dat

Varianty:

- ▶ I: Dvojnásobný počet pojistných smluv (tj. 1 000 000 smluv místo 500 000)
- ▶ II: Poloviční pojistné (tj. Roční pojistné 6 000 Kč místo 12 000 Kč)
- ▶ III: Posun počátku pojistných smluv o 10 let zpět (tj. počátek 1.2.1996 místo 1.2.2006)

Varianta	Kvantilová metoda		Metoda nákladů na kapitál	
	Před	Po	Před	Po
I	6,44%	5,90%	6,94%	6,38%
II		7,74%		8,34%
III		3,63%		4,01%

Příklad – změna parametrů

- Různé hladiny spolehlivosti (90% a 99,5%)

Typ přírážky	Hladina spolehlivosti	
	90%	99,5%
Nejistota hladiny	1,29%	2,64%
Nejistota trendu	4,12%	10,20%

- Různé zohlednění subrizika katastrof v riziku úmrtnosti (navýšení 50% a 100%)

Typ přírážky	Navýšení pravděpodobností úmrtí	
	100%	50%
Katastrofa	1,02%	0,51%
Celkem	6,44%	5,93%

Příklad – závěry

- ▶ Metoda nákladů na kapitál i kvantilové metody zohledňují riziko úmrtnosti v přibližně stejné výši -> podobné rizikové přírážky
- ▶ Očekávané změny ve výši rizikové přírážky při změně vstupních parametrů i parametrů modelu (analogie s požadovanými vlastnostmi na explicitní rizikové přírážky)
- ▶ V případě metody nákladů na kapitál se určuje požadovaný kapitál za všechna rizika a poté se stanoví náklady na kapitál -> snížení rizikové přírážky v důsledku diverzifikace, zajištění apod.

Děkuji za pozornost