

Měření kreditního rizika model CreditMetrics

Marcela Gronychová



**ČESKÁ
POJIŠŤOVNA**

Obsah přednášky

- Přístupy k měření kreditního rizika
- Model *CreditMetrics*
 - Koncept modelu
 - Kreditní VaR pro 1 instrument
 - Portfoliový přístup
 - Model hodnoty aktiv
 - Stanovení korelací
 - Simulace Monte Carlo
 - Využití modelu
- Validita ratingu

Kreditní riziko

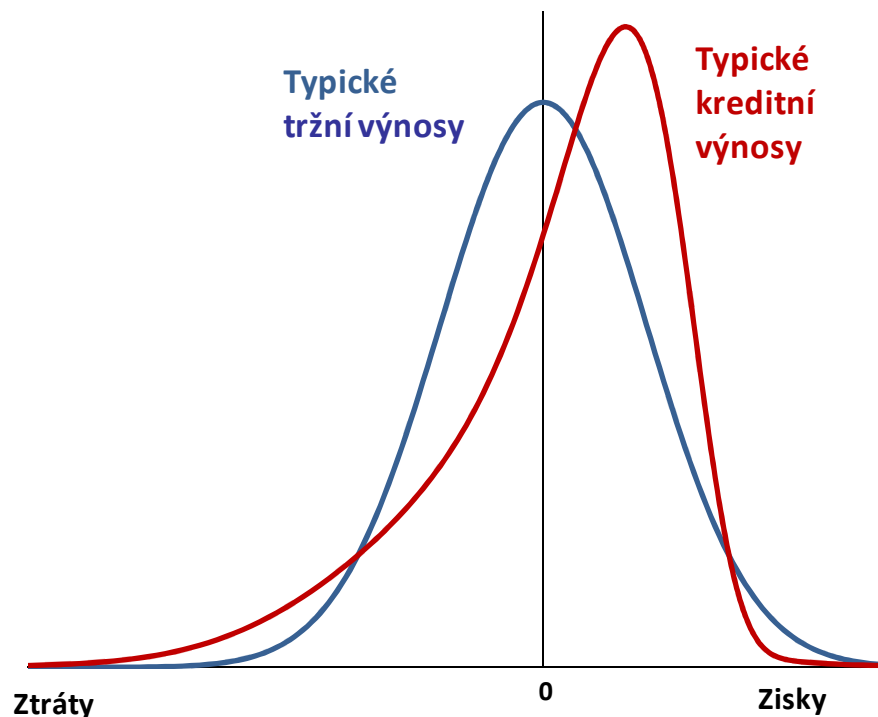
- je riziko ztráty, které vyplývá z možnosti selhání subjektu (dlužníka), resp. protistrany tím, že nedostojí svým závazkům podle podmínek kontraktu.

Míní se tím riziko ztráty kapitálu v důsledku:

- Insolvence subjektu nebo protistrany.
 - Přímé úvěrové riziko – riziko ztráty u bilančních a mimobilančních položek, např. depozit, poskytnutých úvěrů, dluhopisů, směnek, derivátů apod.
 - Vypořádací riziko (settlement risk) - riziko ze selhání protistrany při vypořádání transakcí.
- Změny kreditní kvality subjektu (ratingu) a následné změny kreditní prémie pro jím emitované instrumenty.

Charakteristika kreditního rizika

Přístupy k modelování kreditního rizika jsou odlišné od přístupů užívaných při modelování tržních rizik. Hlavním důvodem jsou specifické vlastnosti kreditního rizika.



- Asymetrie v rozdělení výnosů kreditního rizika
- Nedostatek vstupních dat ve srovnání s tržním rizikem

Komponenty měření kreditního rizika

Statistické modely a stress testing

- Statistické modely
 - využívány k měření a řízení kreditních rizik
 - základ pro proces alokace kapitálu
 - generují korelované scénáře založené na statistickém rozložení
 - využitelné za standardních podmínek na trhu
 - nicméně jsou zjednodušením reality
 - nemohou pokrýt všechny aspekty rizika
 - nemusí být relevantní pro budoucnost

Komponenty měření kreditního rizika

Statistické modely a stresové testování

Stresové testování

Výhody

- využitelné za stresových podmínek (finanční krize)
- postihuje extrémní, i když možné události nebo pohyby v množině finančních proměnných
- zaměřením na extrémní hodnoty doplňuje statistické model

Nevýhody

- může generovat falešné indikace podstupovaného rizika
- nastavení scénářů je subjektivní

Stresové testování

Rysy stresových stavů

- zhroucení korelací, nelikvidita, selhání hedgingu, rychlost v šíření šoku

Testování

- jednofaktorové scénáře (testy senzitivity), multifaktorové scénáře (historické, modelové)

Testované parametry v případě kreditního rizika

- korelace , přechodové matice pravděpodobností, kreditní spready

Modely kreditního rizika

- CreditMetrics (G. Gupton, C.Finger a M.Bhatia, J.P.Morgan, 1997)
- KMV model (KMV Corporation - O. Vašíček, S. Kealhofer , 1993)
- Credit Risk+ (Credit Suisse Financial Products, 1997)
- Credit Portfolio View (T. Wilson 1997, navržen McKinsey & Company)
- Jarrow-Turnbullovy modely (R. Jarrow – Kamakura Corporation a S. Turnbull, 1995)

KMV model

- Typ „default mode“ (pouze dva stavy: selhání/neselhání), možnost rozšíření na Mark-to-Market model (multistavový)
- Proces defaultu je v tomto případě endogenní a je vztažen ke kapitálové struktuře emitenta – default nastane v případě, že hodnota aktiv spadne pod kritickou hodnotu. Využívá opční přístup založený na modelu aktiv vytvořeném R. Mertonem
- Definuje vzdálenost k selhání (DD - Distance to Default) – vzdálenost od očekávané hodnoty aktiva k prahové hodnotě aktiva pro default
- Pravděpodobnost defaultu (EDF - Expected default frequency) není diskrétní, ale spojitou závislostí. Je získána na základě historické sady dat o vzdálenostech k defaultu
- Rozdělení ztrát vychází z rizikově neutrálního oceňovacího modelu
- Modelu vyžaduje informace o kapitálové struktuře emitentů, historická data pro stanovení empirické EDF a vysoce diverzifikované portfolio

Credit Risk +

- Model typu „default mode“
- Předpoklady: Pravděpodobnost defaultu dlužníka je stejná v různých časových obdobích, pro velké portfolio pravděpodobnost defaultu jednoho dlužníka je relativně malá a počet defaultů v jednom časovém období je nezávislý na počtu defaultů v jiném období.
- Default (pravděp.počtu defaultů) je modelován Poissonovým procesem.
- Model stanovuje analytický odhad očekávané ztráty, přičemž dlužníky dělí do pásem.
- Vhodný pro výpočet úvěrového rizika pro homogenní portfolia obsahující velký počet dlužníků, z nichž každý vykazuje nízkou pravděpodobnost selhání, v malých segmentech portfolií riziko nadhodnocuje. Nebere v úvahu ekonomické podmínky, není vhodný pro rizikovější instrumenty, default může nastat více než jednou.

CreditPortfolioView

- Faktorový model, vyžívá simulace
- Primárně typ „default mode“, možnost rozšíření na Mark-to-Market mode
- Modeluje autoregresivním procesem budoucí vývoj relevantních makroekonomických faktorů jako jsou úroveň úrokových sazeb, růst HDP, nezaměstnanost
- Pravděpodobnost defaultu definuje jako funkci makroekonomických veličin
- Na základě historických dat empirický odhad pravděpodobnosti defaultu, korelační struktura je odhadnuta na základě empirické korelace makroekonomických faktorů
- Model se soustředí na specifikaci funkce makroekonomických veličin, méně se věnuje specifikaci vstupních makroekonomických proměnných, pravděpodobnost defaultu je specifikována spíše na úrovni sektoru a/nebo země než na úrovni emitenta

Jarrow-Turnbullovy modely

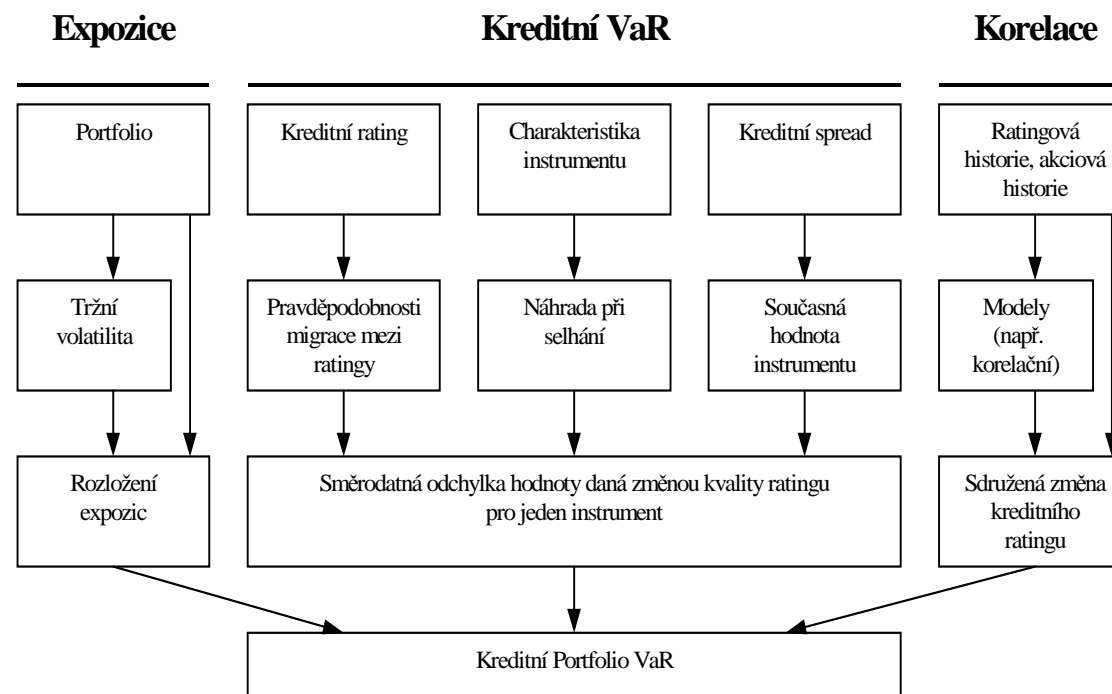
- Typ redukováného kreditního modelu
- Primárně určený pro oceňování kreditních derivátů
- Založeny na analýze kreditních spreadů dluhopisů, vhodné pouze pro emitenty, jejichž dluhopisy se obchodují
- Obsahují model pro tržní faktory, které ovlivňují kreditní spread, jako např. bezrizikové úrokové křivky a akciové indexy
- Proces defaultu definují jako binomický nebo exponenciální

CreditMetrics

- Popis metodologie: „CreditMetrics™ -Technical Document“, www.creditmetrics.com
- Mark-to-market portfoliový model
- Založena na odhadu budoucích hodnot portfolia, změny hodnot jsou vztaženy k případné migraci v kreditní kvalitě emitenta. Migrace je modelována s využitím pravděpodobností přechodu od jedné ratingové kategorie k jiné, včetně defaultu, v daném časovém horizontu
- Portfoliový přístup - zahrnuje efekt diversifikace portfolia. Stanovení korelací mezi kreditní kvalitou jednotlivých emitentů v portfoliu je založeno na modelu aktiv Mertona

Obecný koncept modelu

- Kreditní VaR pro 1 instrument
- Rozšíření pro portfolio instrumentů



Typy instrumentů

CreditMetrics byl vyvinut pro dluhové instrumenty a velké úvěry

- Klasické úvěrové instrumenty
 - Úvěry
- Fixed income instrumenty
 - Dluhopisy
 - Termínované vklady
 - Repo operace
- Pohledávky
- Podrozvahové kreditní položky
 - Úvěrové přísliby, akreditivy
- Derivátové transakce

Základní předpoklady

- Každý emitent má přiřazenu korektní hodnotu ratingu
 - ratingové agentury, interní rating
- Všichni emitenti v jedné ratingové kategorii jsou kreditně homogenní, tj. mají stejné pravděpodobnosti migrace i pravděpodobnosti defaultu
- Hodnota instrumentu po dosažení časového horizontu odpovídá jeho ratingovému hodnocení

První dva předpoklady zároveň představují i základní omezení modelu. Dalším omezením je předpoklad deterministických úrokových sazeb.

Matice pravděpodobností přechodu mezi ratingovými kategoriemi

- Klíčová komponenta modelu
- Přechodová matice je užita k modelování migrace mezi kreditními ratingy
- Matice stanovené na základě historické časové řady
- Výhody a omezení
- Předpoklad – proces pro default je Markovský proces –s využitím modelu přechodové matice je možno modelovat např. kumulativní pravděpodobnosti defaultu, provádět úpravu průměrných historických hodnot

CreditMetrics – kreditní VaR pro 1 instrument

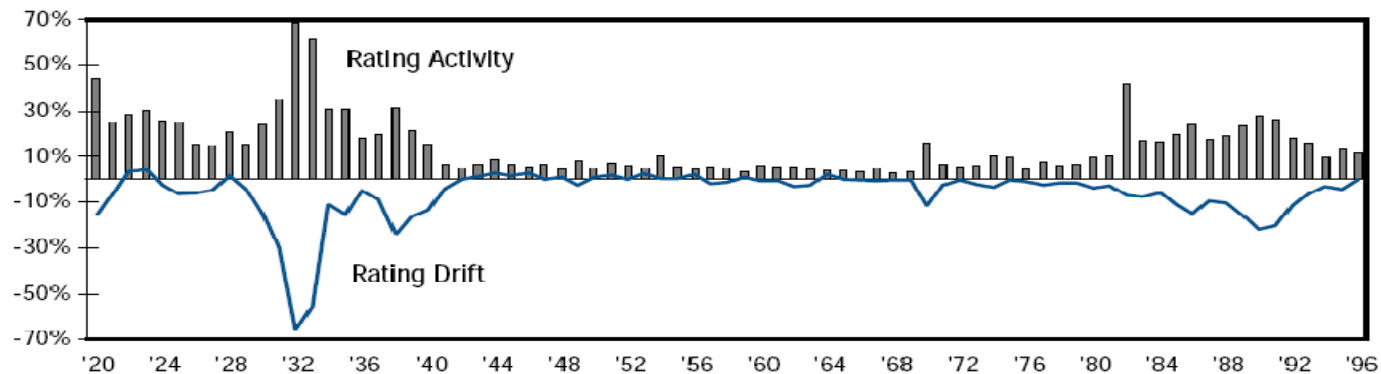
Příklad migrační matice (zdroj - Moody's Investor Service)

- 14000 korporátních emitentů dlouhodobých dluhů od r. 1920

Moody's Přejchodová matice, horizont 1 rok, data z let 1920-1996

Z ratingové kategorie	Do ratingové kategorie								
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default	WR
Aaa	88.32%	6.15%	0.99%	0.23%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	4.29%
Aa	1.21%	86.76%	5.76%	0.66%	0.16%	0.02%	0.00%	0.06%	5.36%
A	0.07%	2.30%	86.09%	4.67%	0.63%	0.10%	0.02%	0.12%	5.99%
Baa	0.03%	0.24%	3.87%	82.52%	4.68%	0.61%	0.06%	0.28%	7.71%
Ba	0.01%	0.08%	0.39%	4.61%	79.03%	4.96%	0.41%	1.11%	9.39%
B	0.00%	0.04%	0.13%	0.60%	5.79%	76.33%	3.08%	3.49%	10.53%
Caa-C	0.00%	0.02%	0.04%	0.34%	1.26%	5.29%	71.87%	12.41%	8.78%

zdroj: Moody's



Specifikace časového horizontu

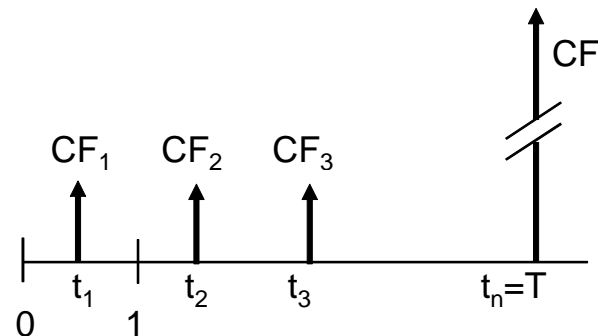
- Obvykle horizont jednoho roku, konzistentní s přechodovou maticí
- Volba horizontu rovněž souvisí s periodicitou ratingových hodnocení, dostupností dat o finanční situaci emitentů
- Odlišnost od tržního rizika

CreditMetrics – kreditní VaR pro 1 instrument

Stanovení budoucí hodnoty instrumentu

- Ocenění dluhopisu metodou diskontování budoucích CF
- Úroková sazba užitá při diskontu
= riziková úroková sazba odpovídající kreditní kvalitě emitenta = bezriziková zero kupón sazba + riziková přírážka (kreditní spread)
- Budoucí hodnota instrumentu – odvozena na základě forwardových úrokových sazeb

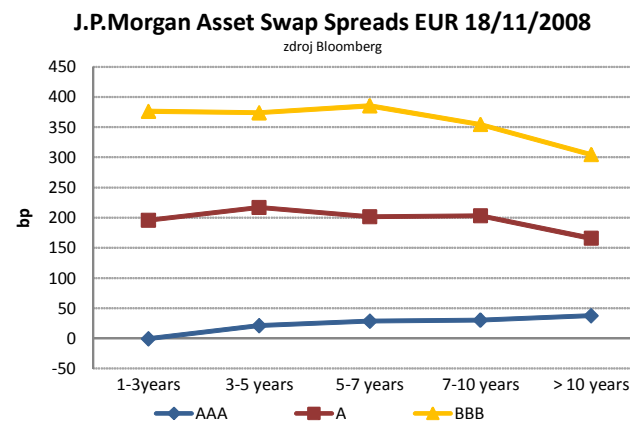
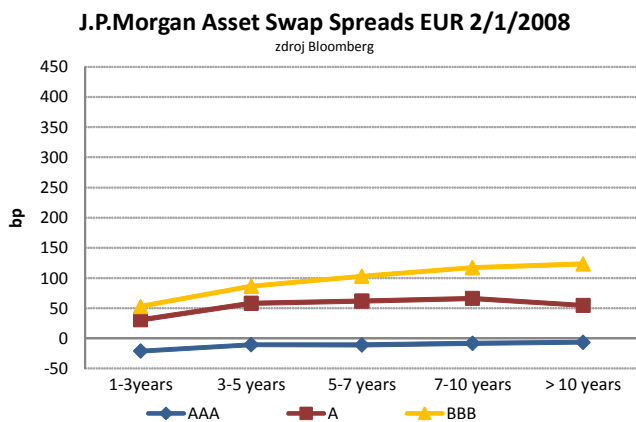
$$V = CF_1 + \sum_{t=2}^T \frac{CF_t}{(1 + f_t + s)^t}$$



Přirážky za kreditní riziko (kreditní spready)

Varianty přístupu:

- Konstantní spready vzhledem k době do splatnosti x
Sprady zvyšující se s delší splatností
- Konstantní kreditní spready odpovídající portfoliu,
periodicky aktualizované s významnou změnou tržních spreadů x
Využití tržních spreadů kotovaných pro ratingové kategorie
- Relativní změny skutečného kreditního spreadu



Míra návratnosti při defaultu (recovery rate)

Odhad z principu obtížný (nedostatek dat, stanovení doby)

Recovery rate pro dluhopisy – dle podřízenosti (prioritní zajištěné, prioritní nezajištěné, podřízené,...)

Varianty odhadu:

- na trzích s nedostatkem dat

- Konstantní recovery rate – nereflektuje velkou nejistotu
- Rovnoměrné rozdělení na intervalu $\langle 0,1 \rangle$, střední hodnota 0.5
SD 0.29, úprava SD pro různé podřízenosti

- Beta rozdělení

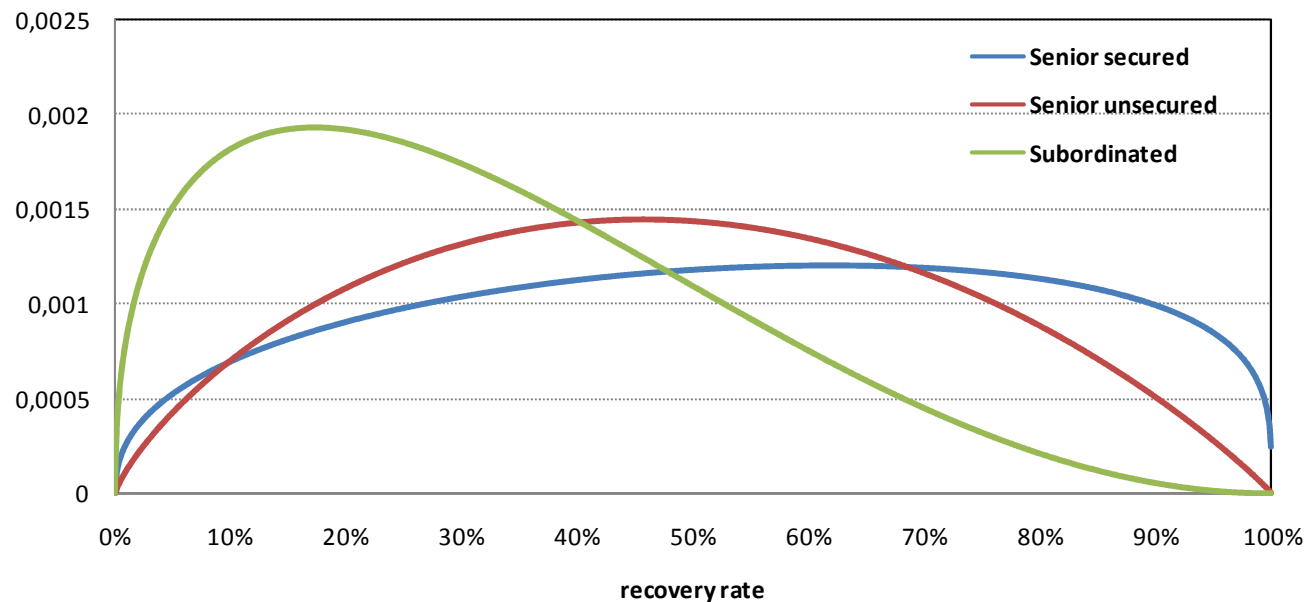
konečné rozpětí, není symetrické

pro koeficienty tvaru platí $EX = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$; $VARX = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{\int_0^1 u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1} du}$$

Míra návratnosti při defaultu (recovery rate)

Recovery rate-
příklad Beta rozdělení pro různé seniority



CreditMetrics – kreditní VaR pro 1 instrument

Hodnota kreditního rizika

Nominální hodnota dluhopisu 10000 CZK, výchozí ratingová kategorie BBB

RC index	Rating	Pravděpodobnost ratingu (p_i)	Budoucí hodnota dluhopisu (FV_i)
1	AAA	0,03%	10 937
2	AA	0,26%	10 919
3	A	4,19%	10 866
4	BBB	89,41%	10 755
5	BB	5,07%	10 202
6	B	0,66%	9 810
7	CCC	0,07%	8 364
8	Default	0,30%	5 113

Parametry a hodnoty rizika	CZK
Střední hodnota	10 707
Rozptyl	120 013
Směrodatná odchylka	346 (*364)
1% kvantil	9 810
VaR (99%)	897

* v případě volatility recovery rate 20%

$$\mu = \sum_{i=1}^8 p_i FV_i$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^8 p_i (FV_i^2 + \sigma_i^2) - \mu^2}$$

$$\sigma_i = 0 \text{ pro } i = 1, \dots, 7$$

σ_8 volatilita recovery rate

Portfolio instrumentů

- Portfoliový efekt diverzifikace rizika
- Obtížnější dosažení diverzifikace ve srovnání s tržním rizikem
- Studie Moody's a Standard&Poors týkající se korelací defaultů
- Možné teoretické přístupy
 - Přímý odhad sdružených pravděpodobností migrace – neadekvátní vstupní datová množina
 - Odhad korelací ze spreadů dluhopisů – model, který vztáhne ceny dluhopisů ke kreditní události – opět neadekvátní vstupní datová množina
 - Asset value model – nepřímý přístup, aplikovatelný v praxi

Model hodnoty aktiv I

- Koncept navržen R.Mertonem
- Předpoklad: hodnota aktiv společnosti je proces, který řídí změny ratingu a default (strukturální model)
- Vychází z Black-Sholes modelu ocenění opcí, kdy kreditní riziko může být oceněno jako put opce na hodnotu aktiv společnosti
- 2 kroky modelu
 - Modelování změny hodnoty aktiv
 - Stanovení prahů pro změny ratingu

Model hodnoty aktiv II

Hodnota aktiv V_t v čase t se odpovídá standardnímu geometrickému Brownovu pohybu:

$$V_t = V_0 \exp\left\{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\sqrt{t}Z_t\right\}, \quad \text{kde } Z_t \sim N(0,1)$$

μ , σ jsou střední hodnota a volatilita okamžitého výnosy dV_t/V_t ,
 V_t má logaritmicko-normální rozdělení

Model používá normované výnosy aktiv:

$$R = \frac{\ln(V_t / V_0) - (\mu - \sigma^2 / 2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

Model hodnoty aktiv III

Předpoklad: výnosy aktiv $R \sim N(0,1)$

V případě, že $R < Z_{Def}$, je dlužník insolventní, je-li $Z_{Def} < R < Z_{CCC}$, pak se sníží rating dlužníka na stupeň CCC, atd.

$$\Pr\{Default\} = \Pr\{R < Z_{Def}\} = \Phi(Z_{Def})$$

$$\Pr\{CCC\} = \Pr\{Z_{Def} < R < Z_{CCC}\} =$$

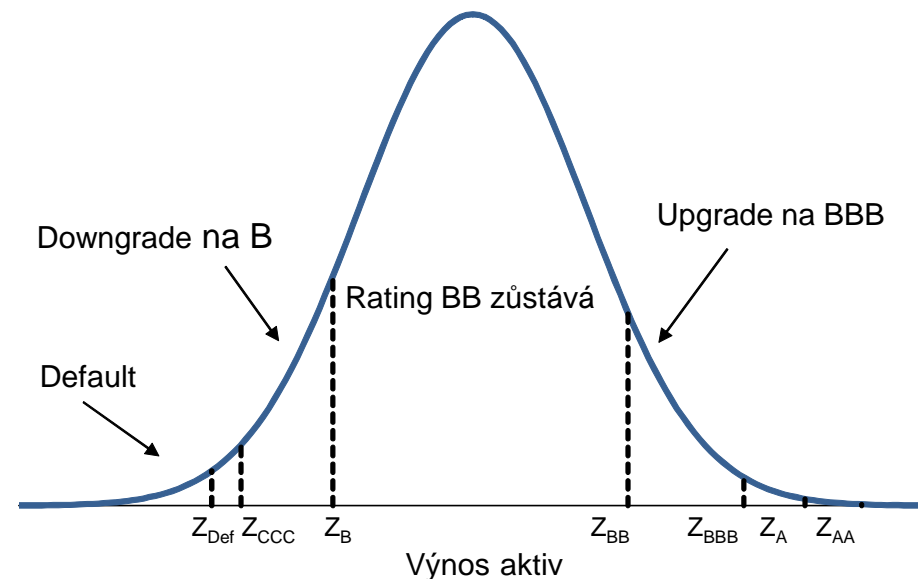
$$= \Phi(Z_{CCC}) - \Phi(Z_{Def})$$

...

$$\Pr\{AAA\} = 1 - \Phi(Z_{AA})$$

$$Z_{Def} = \Phi^{-1}(\Pr\{Default\})$$

...



Model hodnoty aktiv IV

Příklad: 1. emitent s ratingem BB, 2. emitent s ratingem A, ρ je korelace mezi výnosy jejich aktiv

Sdružené normální rozdělení:

$$f(r, r'; \rho) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(r^2 - 2rr' + r'^2)\right\}$$

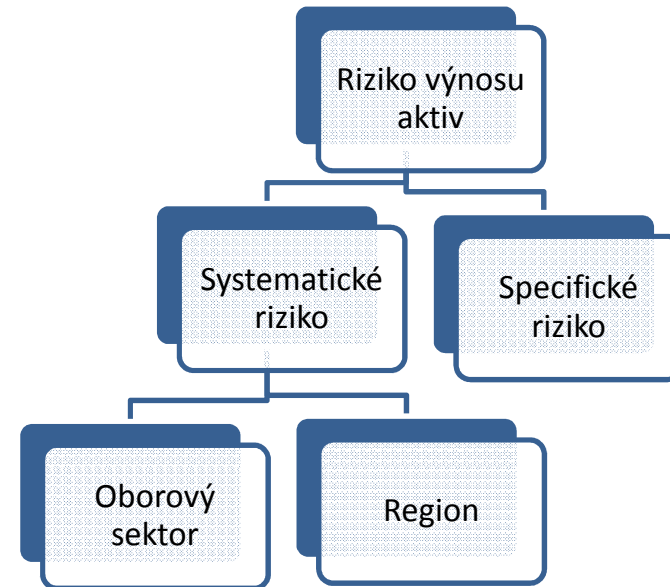
Sdružená pravděpodobnost přechodu:

$$\Pr\{Z_B < R < Z_{BB}, Z'_{BBB} < R' < Z'_A\} = \int_{Z_B}^{Z_{BB}} \int_{Z'_{BBB}}^{Z'_A} f(r, r'; \rho)(dr')dr$$

Analytický přístup je možný jen pro portfolio s málo emitenty .

Odhad korelace aktiv I

- Proxy: korelace výnosu akcií
- Metodologie založena na korelaci sady indexů a mapování emitenta na tyto indexy
- Postup:
 - Korelace oborových indexů pro jednotlivé země nebo regiony
 - Přiřazení vah pro každého emitenta na region a sektor
 - Specifikace, jak velká část pohybu cen akcie není způsobena vývojem trhu
 - Výnos emitenta jako vážený součet výnosu indexů plus specifická složka
 - Výpočet korelací mezi emitenty



Odhad korelace aktiv II – příklad

Společnost A výnosy dány z 90% výnosem indexu I1, z 10% specifický vývoj, tržní vliv u společnost B je ze 75% dán indexem I2 a z 25% indexem I3, 20% představuje specifický vývoj. Normované výnosy je možno zapsat jako vážený součet výnosů indexů a specifického výnosu:

$$r_A = w_{A_{I_1}} r_{I_1} + w_A \hat{r}_A = 0.9 r_{I_1} + \sqrt{1-0.9^2} \hat{r}_A$$

$$r_B = w_{B_{I_2}} r_{I_2} + w_{B_{I_3}} r_{I_3} + w_B \hat{r}_B = 0.8 \frac{0.75\sigma_{I_2}}{\sigma_{I_2, I_3}} + 0.8 \frac{0.25\sigma_{I_3}}{\sigma_{I_2, I_3}} + \sqrt{1-0.8^2} \hat{r}_B$$

kde \hat{r}_A, \hat{r}_B jsou specifické výnosy pro dané společnosti, nezávislé na všech jiných výnosech.

Korelace mezi výnosy společností A a B :

$$\rho(A, B) = w_{A_{I_1}} w_{B_{I_2}} \rho(I_1, I_2) + w_{A_{I_1}} w_{B_{I_3}} \rho(I_1, I_3)$$

Odhad korelace aktiv II – zobecnění výpočtu

n společností, m indexů, C (m×m) korelační matice indexů

Celková korelační matice je velikosti (m+n, m+n):

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} & & & & 0 & \dots & \dots & 0 \\ & & & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & C & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

W matice vah (m+n, n), každý sloupec reprezentuje jednu společnost, řádek index nebo specifickou komponentu

Matice korelací výnosu aktiv společností $W' \cdot \bar{C} \cdot W$

Simulace Monte Carlo

- Analytický přístup
 - pouze pro několik málo instrumentů
 - Pro více instrumentů umožňuje stanovit pouze směrodatnou odchylku
- Kroky výpočtu s využitím simulace:
 - Generování scénářů ratingů
 - Výpočet korelační matice výnosů aktiv
 - Generování scénářů výnosů aktiv
 - vícerozměrné normální rozdělení $N(0, \Sigma)$
 - Platí-li pro matici C rovnost $CC' = \Sigma$, pak pro každý vektor $u \sim N(0, I)$ má Cu rozdělení $N(0, \Sigma)$.
 - např. s využitím Choleskyho dekompozice

Simulace Monte Carlo

- Kroky výpočtu s využitím simulace:
 - Generování scénářů ratingů
 -
 -
 - Stanovení prahů pro výnosy aktiv pro emitenty v portfoliu
 - Mapování výnosů aktiv na příslušné ratingy
 - Stanovení hodnoty portfolia
 - Stanovení statistických parametrů pro rozdělení hodnot portfolia
 - směrodatná odchylka
 - Value-at-Risk, Expected Shortfall
 - marginální parametry

Přesnost odhadu hodnoty kvantilu

- Stanovení počtu scénářů
- Počet scénářů, které padnou pod skutečnou hodnotu kvantilu – binomické rozdělení (pro velký počet scénářů aproximace normálním rozdělením)

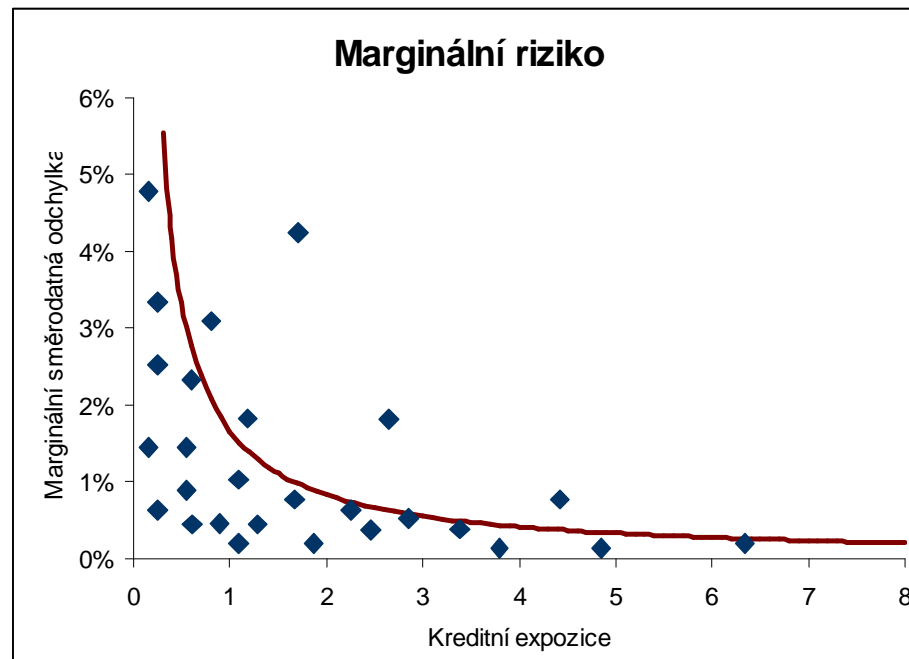
$p\%$ - n í kvantil, počet scénářů N , pak

střední hodnota Np

směrodatná odchylka $\sqrt{Np(1-p)}$

Marginální riziko

Marginální statistika pro jednoho emitenta vyjadřuje míru jeho příspěvku k celkovému riziku portfolia. Marginální riziko je rovno rozdílu hodnoty daného parametru rizika pro celé portfolio a pro portfolio bez tohoto emitenta .



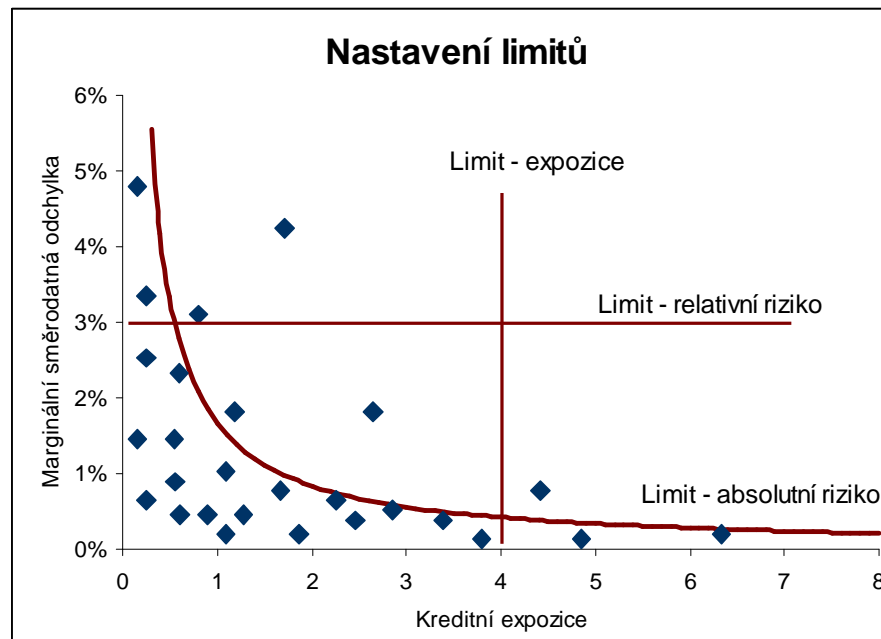
Využití modelu *CreditMetrics*

- Stanovení ekonomického kapitálu
 - Definování rizikového apetitu
 - Porovnání s dostupným kapitálem
 - Opatření ke snížení kreditního rizika
- Nastavení limitů na emitenty
- Stanovení rizikově upraveného výnosu
 - Optimalizace alokace kapitálu
- Oceňování strukturovaných kreditních instrumentů

Nastavení limitů na emitenty

Limity založené na:

- Omezení expozice
- Omezení na základě relativní marginální hodnoty rizika emitenta
- Omezení na základě absolutního příspěvku k riziku portfolia



Rekapitulace vstupních dat modelu

- Ratingy emitenta
- Vhodné matice pravděpodobností přechodu
- Volba kreditních spreadů
- Návratnost při defaultu
- Namapování emitenta na jednotlivé indexy při stanovení korelací
- Historické hodnoty indexů

Nutnost testovat citlivost modelu na jednotlivé parametry.

Důvody neadekvátní reakce ratingových agentur na subprime krizi:

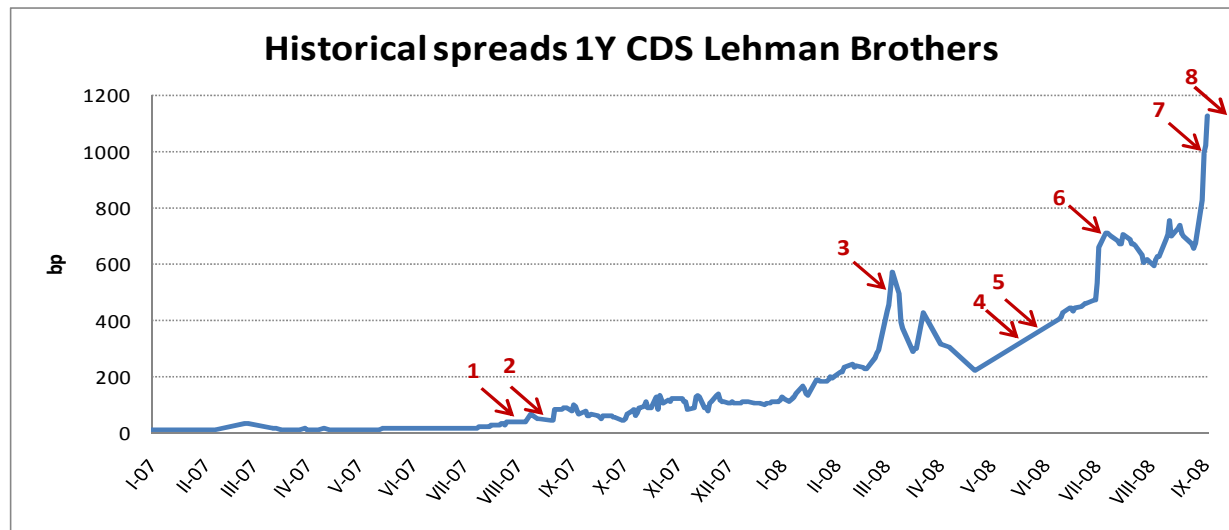
- Malá snaha analyzovat novou situaci
- Nedostatečnost ratingových modelů

Očekávané nové požadavky na ratingové agentury:

- profesionalita , konsistence a transparentnost
- periodické přehodnocování ratingu
- redukce konfliktu zájmů

Validita ratingu

Chronologie oznámení agentury Moody's týkající se Lehman Brothers Holdings



1. 3 AUG 2007 Komentář - expozice LB vůči subprime jsou zvládnutelné vzhledem k profitabilitě
2. 21 SEP 2007 Komentář - není žádný důvod ke snižování ratingu vzhledem k výsledkům v 3.Q
3. 17 MAR 2008 Potvrzen rating A1, pouze outlook se mění z positive na stable
4. 9 JUN 2008 Outlook se mění na negative
5. 13 JUN 2008 Oznámení o předpokládaném downgrade ratingu
6. 17 JUL 2008 Snížen rating na A2, outlook negative
7. 10 SEP 2008 Oznámení o review ratingu s pravděpodobností nepřidělení dlouhodobého ratingu
8. 15 SEP 2008 Snížen rating na B3, možný další downgrade

Validita ratingu

Možné východisko pro přiřazení stupně kreditní kvality emitenta – interní ratingový systém

Korekce externího ratingu na základě tržních informací (kotace CDS, ceny akcií)

- Výhoda - Trh lépe a dříve vyhodnocuje kreditní situaci
- Omezení
 - Kotace kreditních spreadů nadhodnocují pravděpodobnost defaultu - odrážejí i další faktory (likvidita)
 - Extrakce pravděpodobnosti defaultu z kreditního spreadu předpokládá rizikově neutrální prostředí
 - Vyšší volatilita, v případě kreditních spreadů se zvyšuje rovněž s vyšším ratingem
 - Short-selling může výrazně ovlivňovat cenu akcií
 - Dostupnost tržních dat – data nejsou dostupná pro všechny emitenty