



Pricing produktů životního pojištění

z cyklu Pojistný matematik v praxi

Martin Kalaš
Allianz pojišťovna, a.s.

Aktuárský seminář MFF
5. 12. 2025

Kdo jsem ...



Ředitel pricingu, portfolio managementu a datových analýz

Allianz pojišťovna, a.s.
 Allianz penzijní společnost, a.s.
martin.kalas@allianz.cz

Co mám už za sebou:

Allianz pojišťovna

- 2018-2020: Head of Pricing and Portfolio management
- 2017-2018: Head of Portfolio management
- 2013-2017: Actuary
- 2011-2012: Life Actuary (student)

Humboldt Universität zu Berlin

- 2012-2013: Erasmus

MFF UK

- 2008-2013: Studium Finanční a pojistné matematiky
- Dlouholetý člen florbalového oddílu

Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
3. Metoda Cash-flow modelu
4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy
5. Sensitivity a RoRC
6. Shrnutí a diskuze



Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění

2. Role pricingového aktuára

3. Metoda Cash-flow modelu

4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy

5. Sensitivity a RoRC

6. Shrnutí a diskuze



Rizikové životní pojištění

- Jak typicky vypadá
 - Základní pojištění smrti a volitelná investice
 - Libovolná skladba rizik (= připojištění)
 - Na jedné smlouvě lze pojistit i více osob (rodina)
- Hlavní rizika
 - Smrt
 - Závažná onemocnění
 - Trvalé následky úrazu
 - Invalidita
 - Pracovní neschopnost
 - Hospitalizace
 - Denní odškodné úrazem

The logo for Allianz Život, featuring the word "ALLIANZ ŽIVOT" in white capital letters on a dark blue rectangular background.The logo for NN Orange Risk, with the text "NN Orange Risk" in orange and black on a white rectangular background.

Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění

2. Role pricingového aktuára

3. Metoda Cash-flow modelu

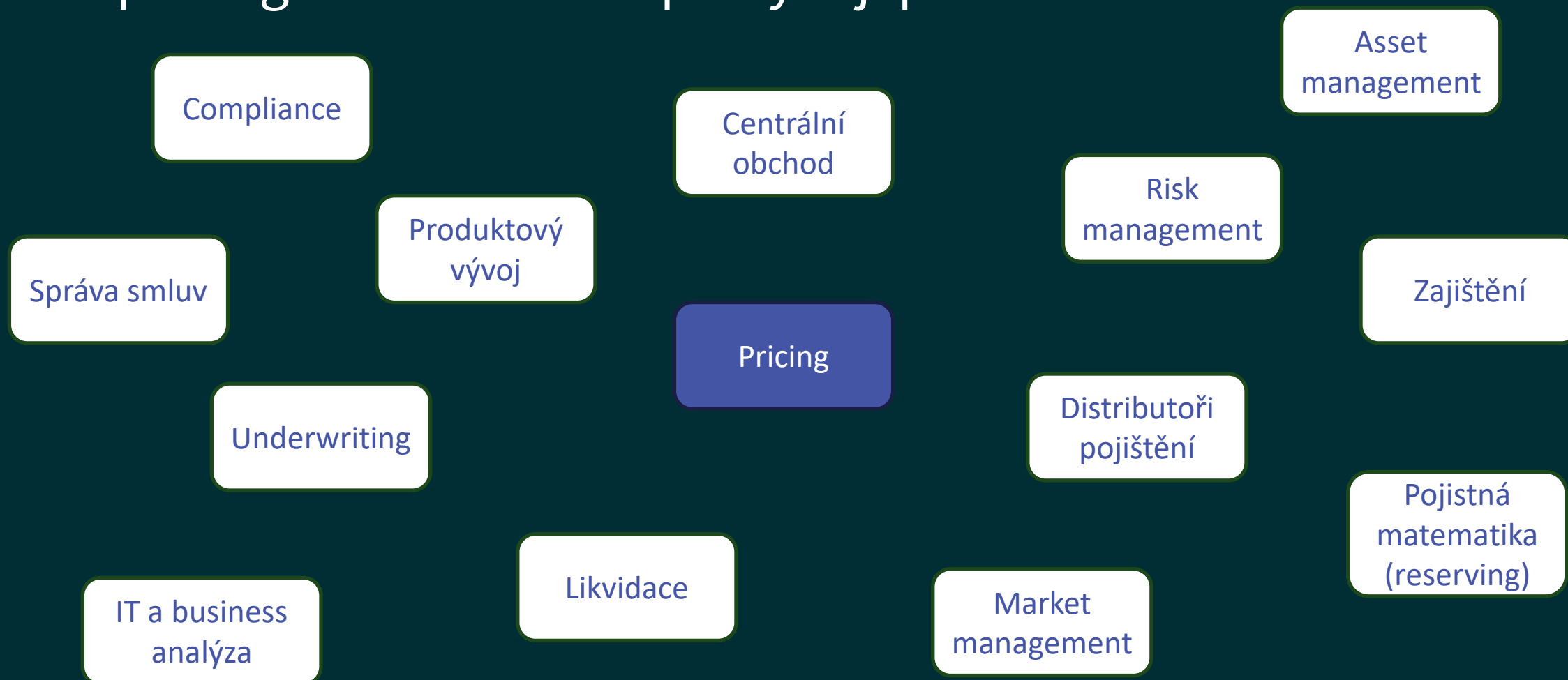
4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy

5. Sensitivity a RoRC

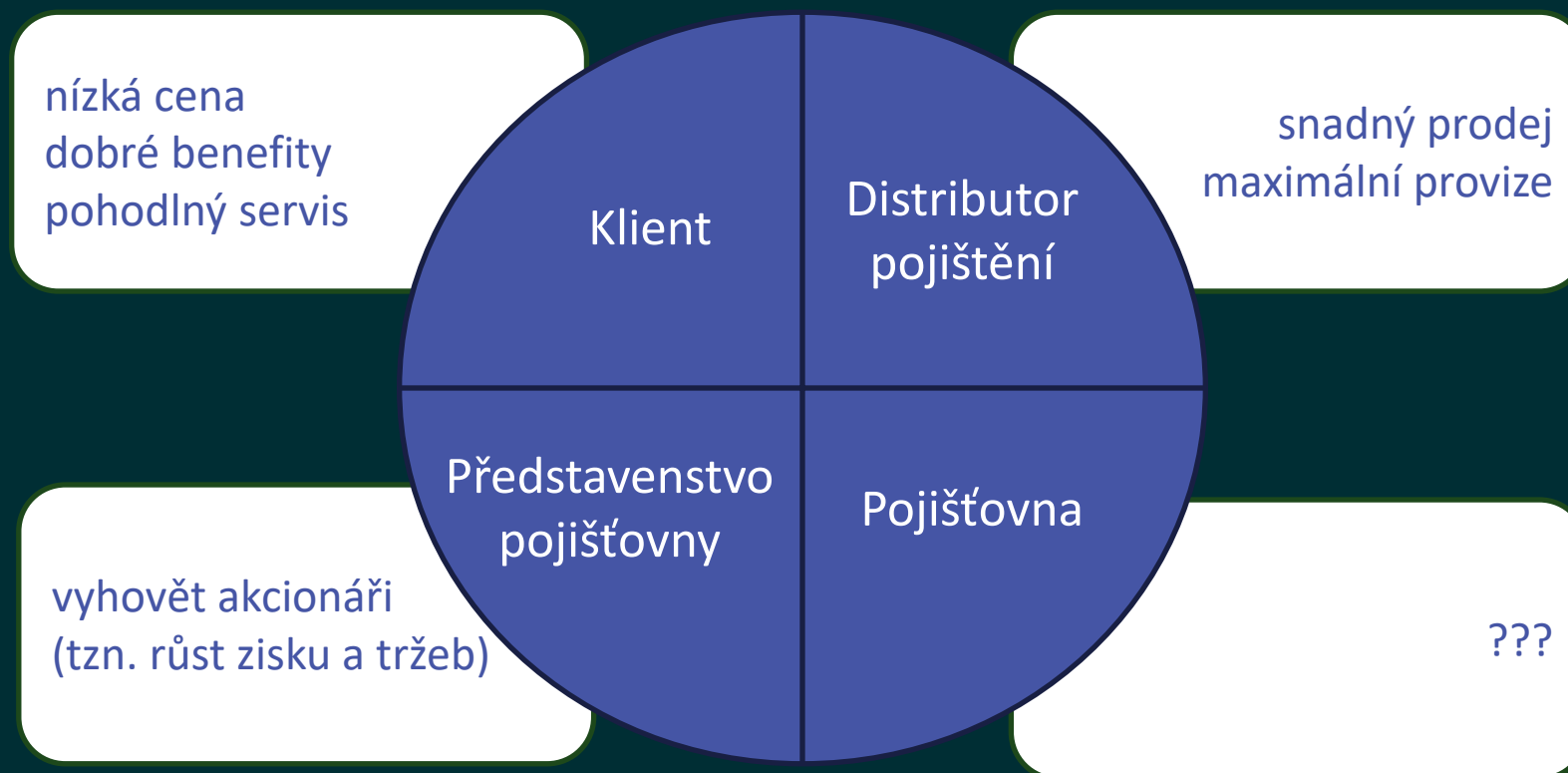
6. Shrnutí a diskuze



Role pricingového aktvára při vývoji produktu



Pricingový aktuár a jeho „stakeholders“



Hlavní úkol pricingového aktuára

- Stanovit cenu tak, aby...
 - Teoreticky:
 $Pojistné - Škodní plnění - Náklady - Provize = Očekávaný zisk$
 - Prakticky:
 - Sazebník
 - Případný systém obchodních slev
 - Tak aby:
 - Ziskovost byla dostatečná
 - Prodeje byly dostatečné
 - Klienti získali za svoje peníze adekvátní hodnotu (value for money)
- Balancovat optimistické a konzervativní pohledy
- Umět kvantifikovat dopady různých zvažovaných změn

Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
- 3. Metoda Cash-flow modelu**
4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy
5. Sensitivity a RoRC
6. Shrnutí a diskuze



Výpočetní koncepty

- **Cash-flow model**
 - Modelujeme do budoucna vývoj finančních toků spojených s pojistnou smlouvou
- **Hodnota nového obchodu = Value of New Business (VNB):**

$$VNB = PV \text{ pojistné} - PV \text{ škody} - PV \text{ náklady} - PV \text{ provize} - Risk \text{ Margin}$$

kde:

- **PV (Present Value)** = současná hodnota budoucího finančního toku
- **Risk Margin** je bezpečnostní přírážka odvozená jako cena, kterou pojišťovna (skrže ušlou jinou investiční příležitostí) platí za to, že musí držet potřebný rizikový kapitál spojený s danými pojistnými smlouvami

- **Marže nového obchodu = New Business Margin (NBM):**

$$NBM = \frac{VNB}{PV \text{ pojistné}}$$

$$Risk \text{ margin} = CoC * \sum_{t=1}^T RC(t-1) * \frac{1}{(1 + RFR(t))^t}$$

Where:

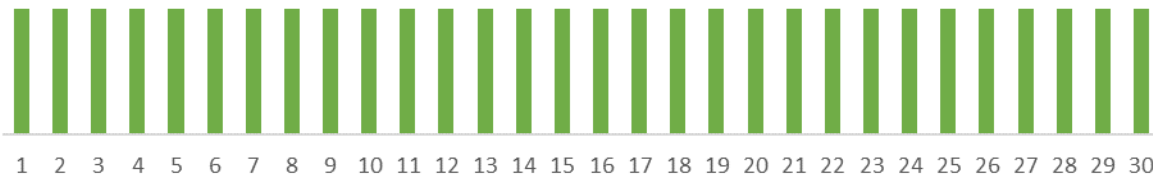
CoC is the cost of capital

RC(t) is the required capital for the risks in scope at time t

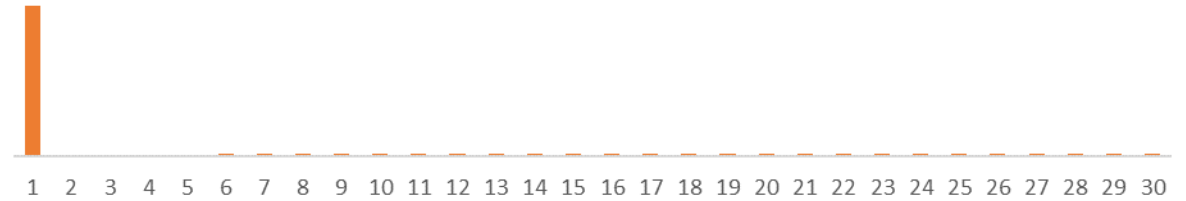
RFR(t) is the risk free rate for maturity t

Příklad: Cash-flow pojistné smlouvy

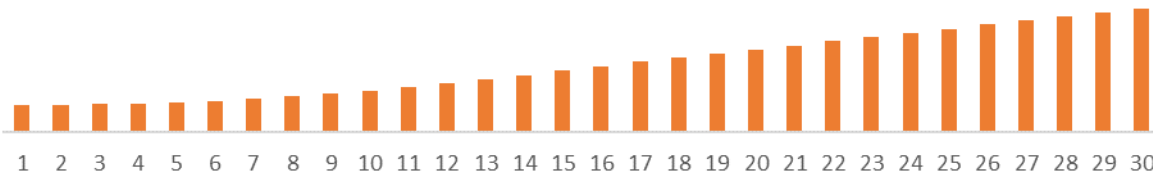
Pojistné



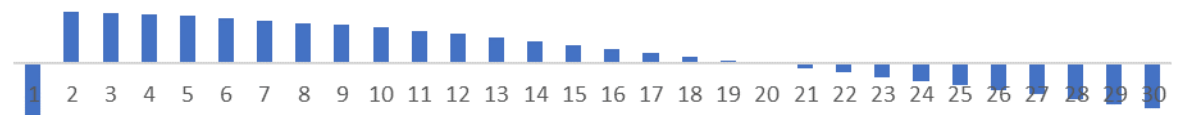
Provize



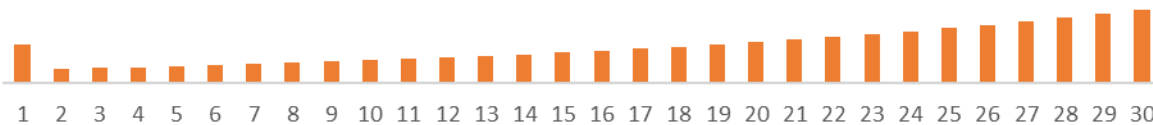
Škody



Celkem = Profit (bez Risk Margin)



Náklady

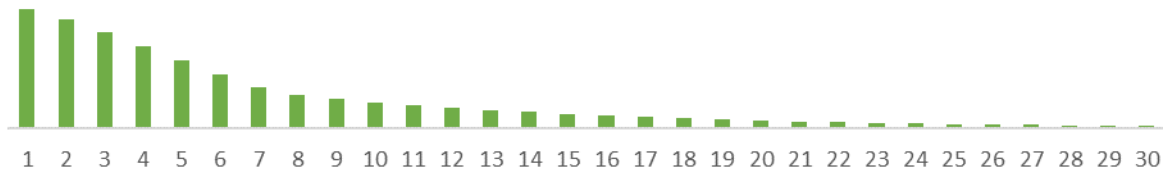


PVFP = PV Future Profits



Stejné Cash-flow s dekrementy

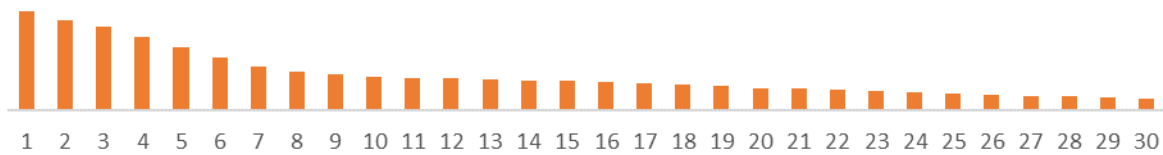
Pojistné



Provize



Škody



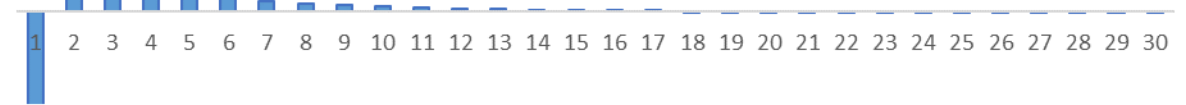
Celkem = Profit (bez Risk Margin)



Náklady



PVFP = PV Future Profits



Dekrementy = storna, úmrtí, případně i incidence (u některých typů rizik)

Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
3. Metoda Cash-flow modelu
- 4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy**
5. Sensitivity a RoRC
6. Shrnutí a diskuze



Hlavní aktuárské předpoklady pro cash-flow model

Pro základní cash-flow na pojistné smlouvě:

- Úmrtnost (mortalita)
- Incidence ostatních rizik (morbidity)
- Stornovost
- Diskontní křivka
- Náklady
- Provize

Navíc pro vyčíslení Risk Margin:

- Cost of Capital (%) pro výpočet Risk Margin

Navíc pro modelování celého produktu:

- Očekávaný business mix (struktura klientů, rizik, pojistných částek, distribučních kanálů...)

Analýzy úmrtnosti

- Základem je úmrtnostní křivka ČSÚ
- Analýza vlastní expozice a úmrtí v kmeni -> selekční koeficient
- Projekce úmrtnosti do budoucna:
např. Lee-Carter model

$$\log(m_{x,t}) = a_x + k_t * b_x + \varepsilon_{x,t}, \quad t = 1, \dots, T, x = x_1, \dots, x_k$$

$m_{x,t}$...věkově specifická míra úmrtnosti

a_x ...průměrná věkově-specifická složka úmrtnosti

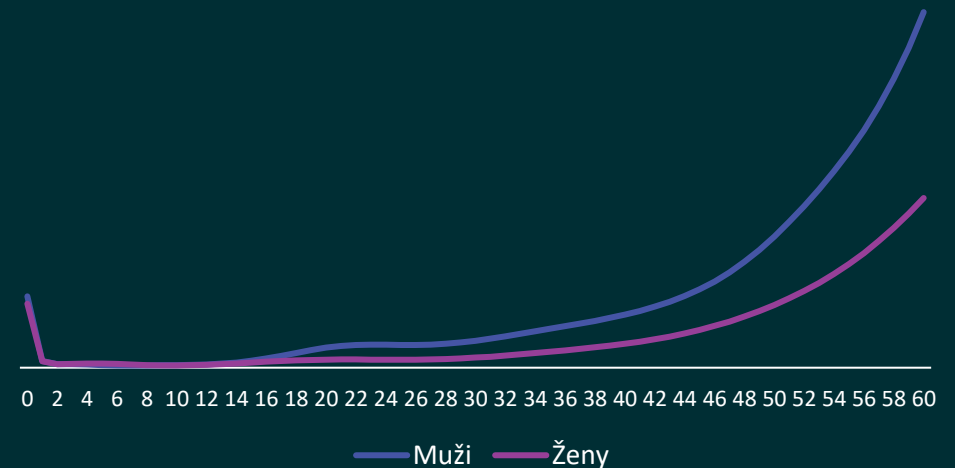
b_x ...sensitivita v daném věku x na změnu v čase

k_t ...změna úmrtnosti v čase

$\varepsilon_{x,t}$...odchylka modelu (vzájemně nezávislé a stejně rozdělené náhodné veličiny s normálním rozdělením s nulovou střední hodnotou)

- Omezení pro jednoznačné řešení: $\sum_t k_t = 0$ a $\sum_x b_x = 1$

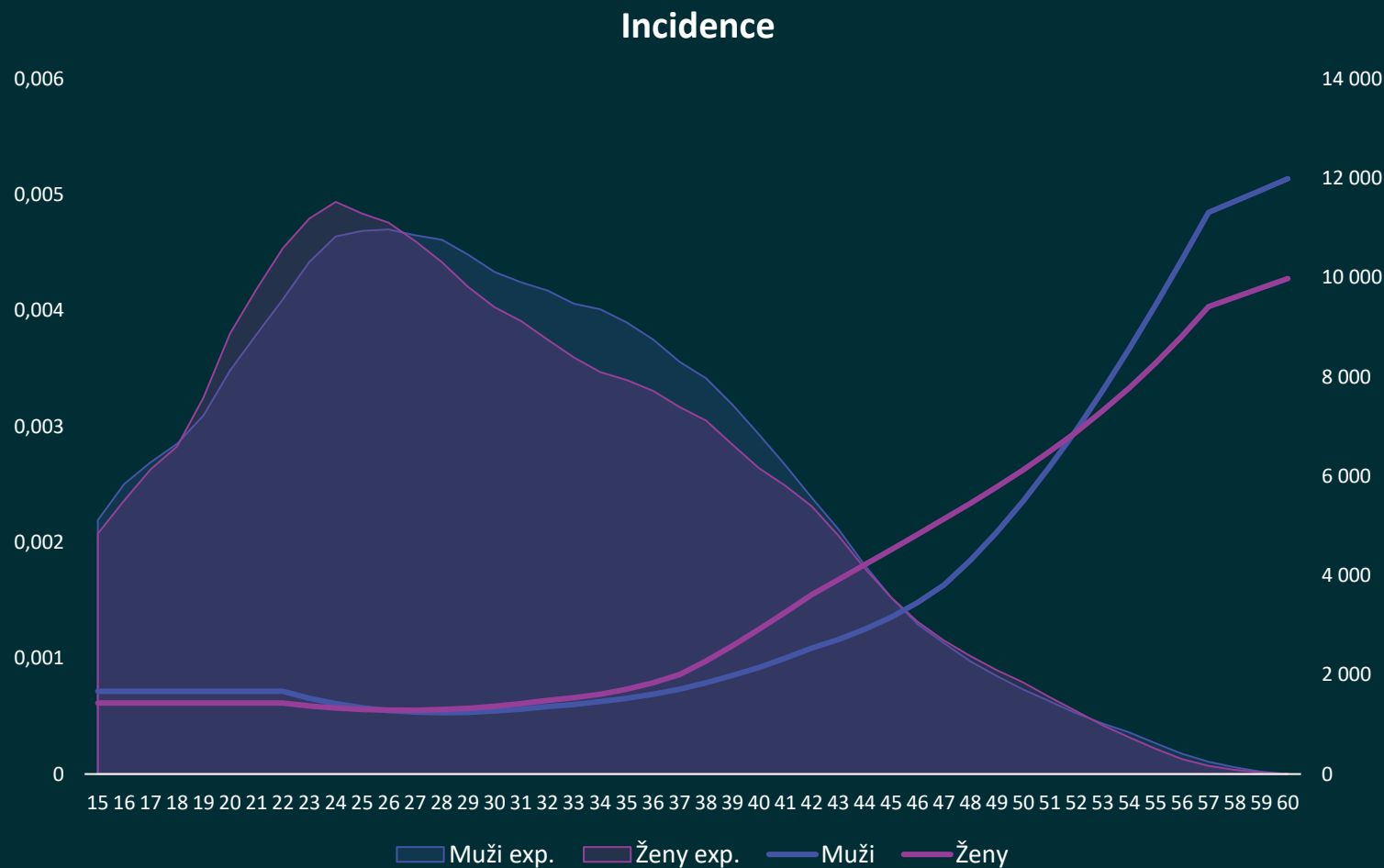
Úmrtnost ČSÚ 2022 (věk 0-60 let)



Analýzy incidencí

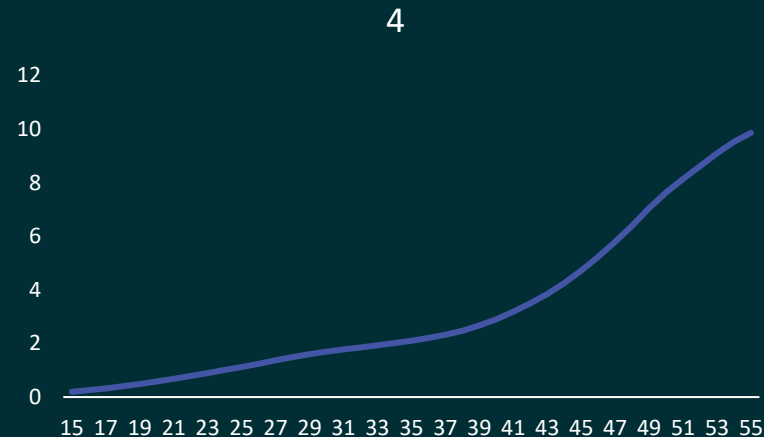
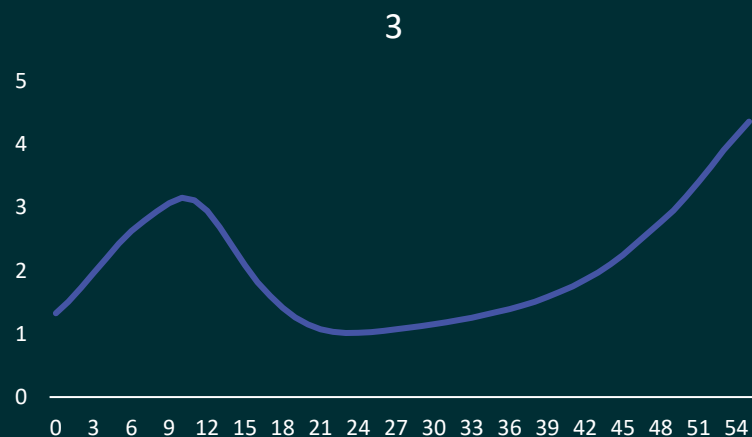
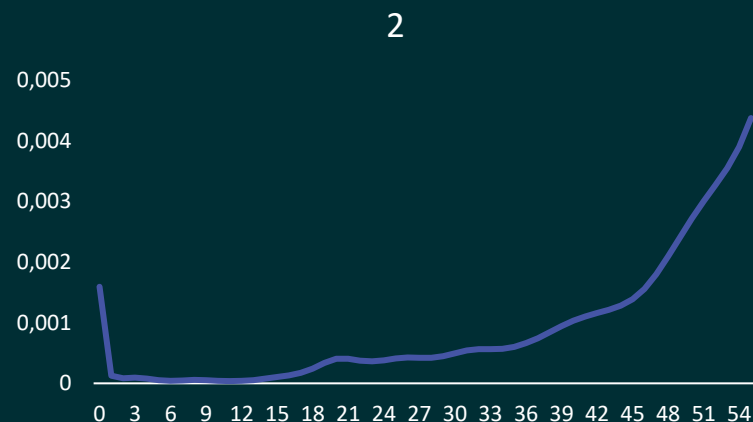
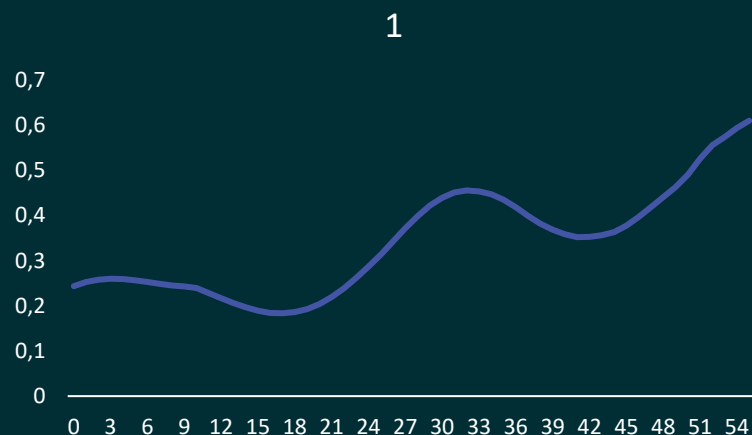
- Modelujeme zvlášť **frekvenci** (i_x, i_y) a **severitu** (T_x, T_y)
- Kombinovaná incidence: $i_x * T_x, i_y * T_y$
- **Základní metoda:** jednorozměrná analýza incidence v závislosti na věku a pohlaví pojištěné osoby, případně v závislosti na dalších faktorech (zaměstnání, kuřák, BMI, ...)
 - Příprava dat o pozorované expozici a škodních událostech (interní data pojišťovny)
 - Vyhlažování pozorování matematickými metodami (např. klouzavé průměry, prokládání funkcemi, ...)
 - Extrapolace chvostů (typicky pro vyšší věky s nízkou expozicí v kmeni)
- **Zdroje dat:**
 - Vlastní data (zejména vysokofrekvenční rizika s nízkou severitou)
 - Veřejně dostupná data (ČSÚ, ÚZIS, ČSSZ...; zejména nízkofrekvenční rizika s vysokou severitou)
 - Další zdroje: např. analýzy zajišťatele na větším kmeni, apod.

Ukázka – incidence invalidity



- Zdroj incidenční křivky: ČSSZ
- Invalidita 2.+3. stupně
- V případě invalidity aktuár modeluje pouze frekvenci, protože severitou je pojistná částka zvolená klientem
- Expozice pro srovnání z kmene pojišťovny
- Princip rostoucího rizika s věkem pojištěného -> pojišťovna buduje matematickou rezervu (komutační čísla)

Otázka: přiřadte incidenční křivku ke správnému riziku



A) Pracovní
neschopnost -
ženy

B) Denní
odškodné -
muži

C) Hospitalizace -
ženy

D) Smrt - muži

Analýzy incidencí pomocí GLM

- Vysokofrekvenční rizika s nízkou severitou -> dostatečný počet pozorování i na straně škod umožňuje další typy statistické analýzy
- **Zobecněné lineární modely (GLM):**

$$\mu_i = g(\vartheta_i) = \sum_{j=1}^p x_{ij}\beta_j + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n \quad \text{kde}$$

μ_i ...lineární prediktor pro pozorování i

g ...spojovací (link) funkce – monotónní a diferencovatelná

ϑ_i ...systematická složka pro pozorování i

β_j ...koeficient vyjadřující vliv vysvětlující proměnné j

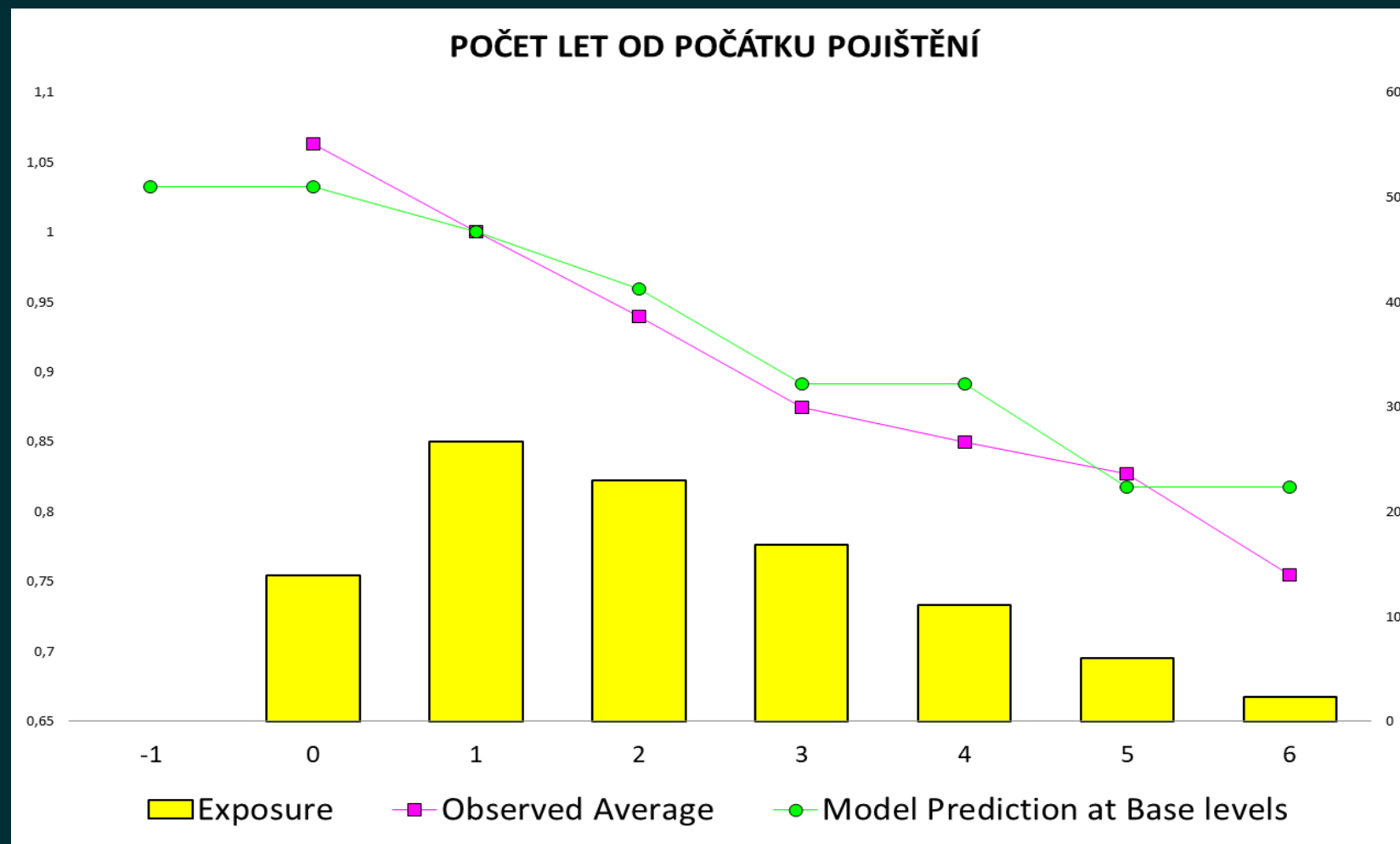
x_{ij} ...hodnoty pro pozorování i a vysvětlující proměnnou j

ε_i ...offset pro pozorování i

Používané předpoklady a techniky:

- Nezávislost pozorování, absence odlehlých pozorování (tzv. outliers), atd.
- Nejčastěji se využívá *Poissonovo rozdělení* pro počty škod (frekvence) a *Gamma rozdělení* pro výši škod (severita) -> typická link funkce g je *log* pro Poissonovo rozdělení a *inverze* pro Gamma rozdělení

Ukázka výstupu z analýzy incidencí pomocí GLM

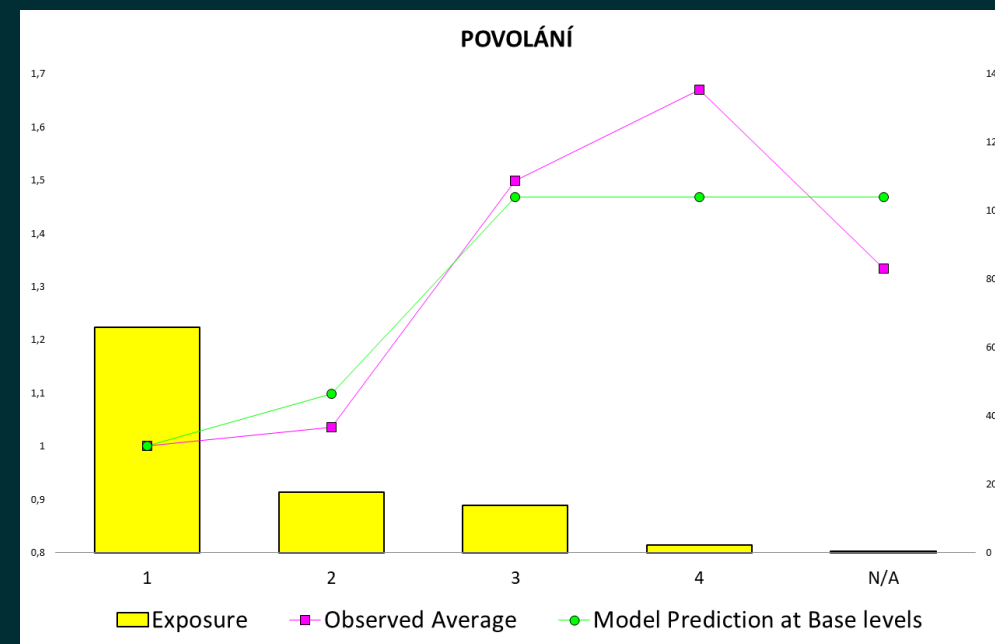
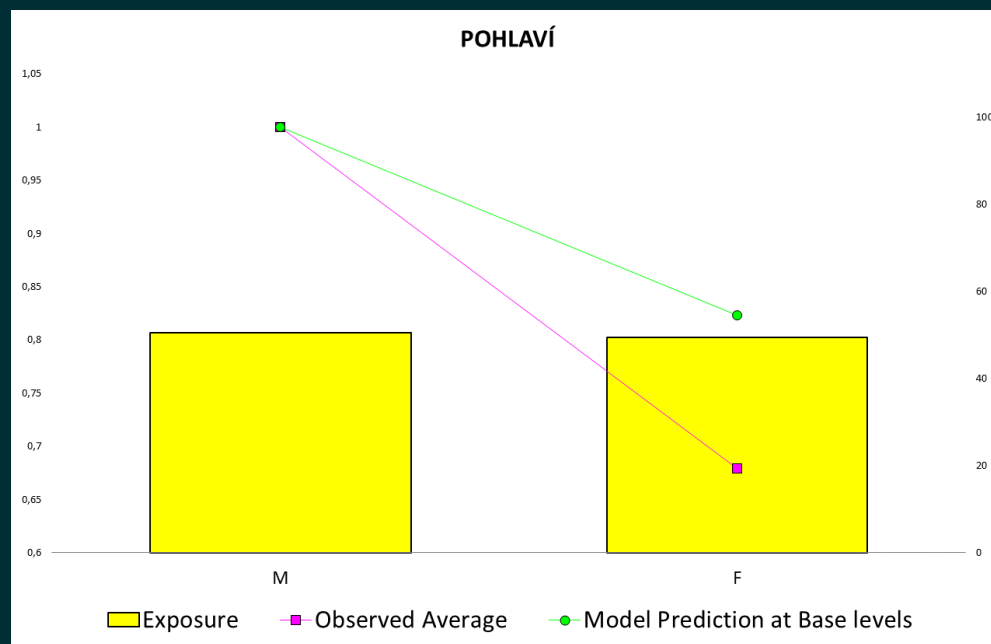


- **Modelovaná veličina:** frekvence škod rizika denního odškodného úrazem
- **Zobrazená proměnná:** počet let od počátku pojištění
- **Sloupce:** expozice = zastoupení dané kategorie v datech
- **Růžová křivka:** pozorování pro konkrétní kategorii
- **Zelená křivka:** hodnoty koeficientů β z GLM modelu

▪ **Otázka:** Co dalšího musí u takového výstupu z modelu aktuár zhodnotit?

Od rizikového faktoru k pricingové segmentaci a sazebníku

- Aktuár modeluje závislost rizika (frekvence, severity) na informacích získaných o klientovi... ne všechny rizikové faktory je ale vhodné nebo možné použít ke stanovení pojistné sazby
- Příklad: denní odškodné úrazem



- Princip férového pricingu

Underwriting

Underwriting (UW) = proces zhodnocení rizika před sjednáním pojistné smlouvy

- Možné výsledky:
 1. Prostá akceptace rizika
 2. Akceptace s přírážkou v pojistné sazbě
 3. Akceptace s individuální výlukou
 4. Odmítnutí rizika

Finanční underwriting

- limity pro přijetí bez zkoumání příjmu pro jednotlivá rizika a vstupní věky
- Když $PČ > \text{limit}$ -> podrobnější dotaz na příjmy, účel uzavření pojistné smlouvy, údaje o firmě (u OSVČ)

Medicínský underwriting

1) Zdravotní dotazník pro vyjmenovaná rizika (např. smrt)

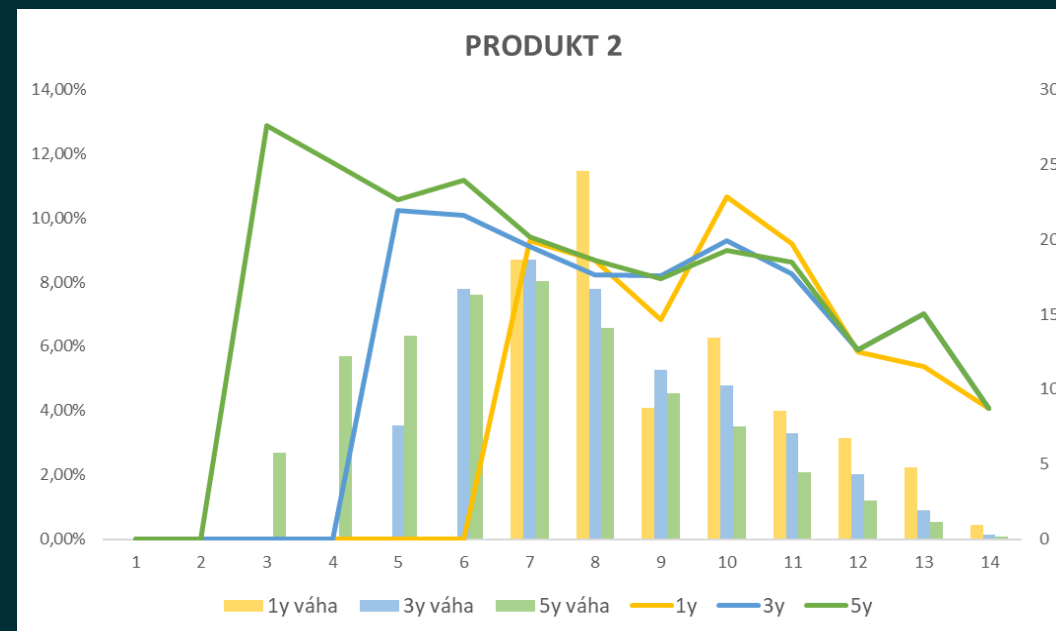
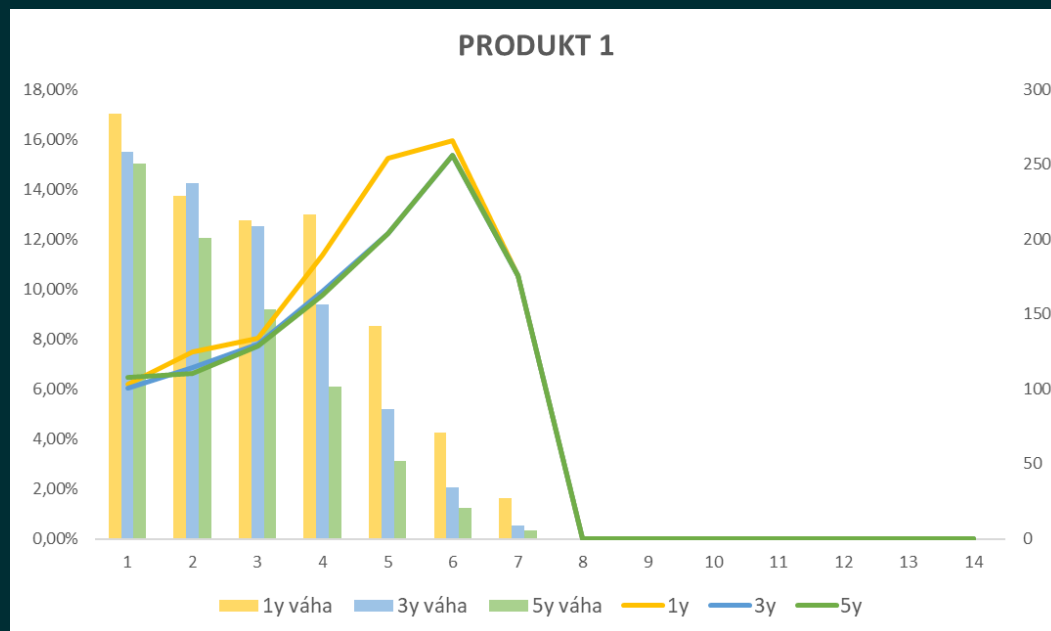
- Příklady otázek zdravotního dotazníku:
 - Je/byl pojištěný v posledních X letech vyšetřován, léčen nebo sledován pro jednu z následujících nemocí?
 - Utrpěl pojištěný v posledních X letech úraz, který (ne)zanechal trvalé následky? Jaký?

2) Vstupní lékařská prohlídka

- pokud $PČ > \text{limit}$, potom je nutná vstupní lékařská prohlídka u smluvního lékaře pojišťovny
- Limity pro lékařskou prohlídku závisí na konkrétním riziku a vstupním věku

Analýzy stornovosti

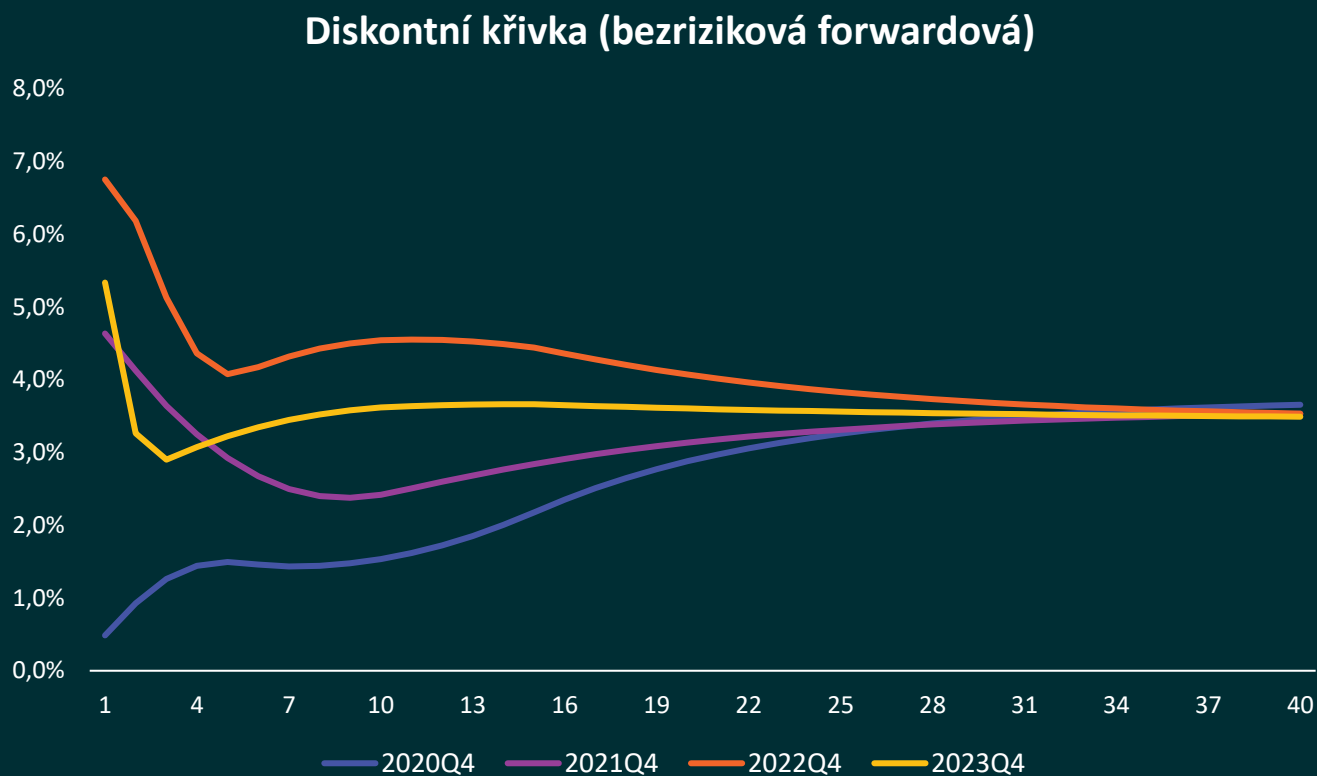
- Aktuár připravuje datovou sestavu o expozici a pozorovaných předčasných ukončení smluv (tzv. storna)
- Cíl: stanovit pravděpodobnost storna smlouvy v daném roce jejího trvání
- Nejčastěji analyzuje data jednorozměrně v závislosti např. na distribuční cestě, produktu, kalendářních letech...



- Nutné ověřovat smysluplnost výsledné křivky (motivace prodejce, situace klienta, ...) a vyhnout se tzv. overfittingu

Diskontní křivka

- Nejčastěji se pro diskontování finančních toků využívá **bezriziková diskontní křivka** (Risk-free Discount Rate)
- Lze odvozovat matematickými metodami např. z *bezkupónových státních dluhopisů*
- Někdy se odvozuje i z tzv. *úrokových swapů*
- Diskontní křivka má vliv na modelovanou ziskovost produktu, přitom jí pojišťovna nemůže ovlivnit



Analýzy nákladů

Modelované náklady zpravidla rozdělujeme na kategorie podle:

1) Období života pojistné smlouvy

- **Počáteční náklady (tzv. sjednatelské):** souvisí se sjednáním pojistné smlouvy
- **Následné náklady (tzv. administrativní):** souvisí s následnou správou pojistné smlouvy

2) (Ne)závislosti na výši pojistného

- **Fixní náklady:** pro všechny smlouvy je náklad ve stejné výši
- **Variabilní náklady:** smlouvy s vyšším pojistným mají vyšší náklad

Předpoklad nákladové inflace

- Fixní náklady v cash-flow pojistné smlouvy by měly být zvyšovány s postupnou očekávanou inflací

Předpoklad objemu nového obchodu a velikosti portfolia

- Některé typy nákladů (tzv. overhead) jsou ve skutečnosti na jednotlivé pojistné smlouvy pouze uměle proporčně alokovány a velikost alokovaného nákladu klesá s úsporami z rozsahu
- Při zpětném výpočtu dosažené profitability vznikne srovnáním původně předpokládaných a reálně pozorovaných objemů prodeje tzv. *nákladový overrun* (negativní vliv) nebo *nákladový underrun* (pozitivní vliv)

- **Otázka:** Do jaké nákladové kategorie zařadit: 1) cenu tisku smluvní dokumentace; 2) cenu tisku a odeslání výročního dopisu; 3) celkovou cenu IT vývoje nového produktu

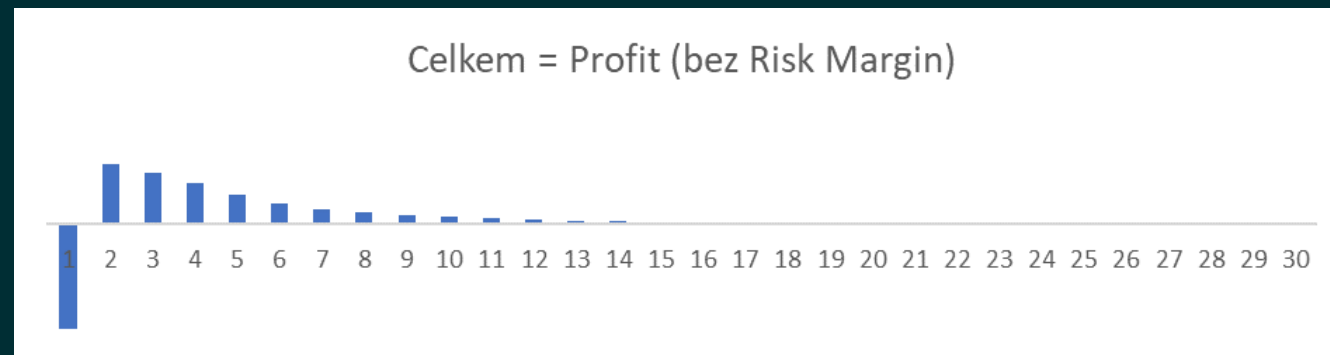
Provize

- Provize = odměna za sjednání pojistné smlouvy a za následnou péči o smlouvu
- Základní rozdělení plateb provize:
 - **Počáteční (tzv. sjednatelská):** vyplácena po sjednání smlouvy
 - **Následná (tzv. pečovatelská):** vyplácena při výročí smlouvy
- Základní typy provizních schémat:
 - **Dopředné:** vysoká sjednatelská provize, minimální provize za péči
 - **Průběžné:** sjednatelská i pečovatelská provize ve stejné výši
 - **Hybridní:** něco mezi tím...
- Ručení za provizi (tzv. clawback):
 - Bývá běžný u dopředných provizních schémat
 - Při předčasném ukončení pojistné smlouvy vrací sjednatel část počáteční provize



Best-estimate cash-flow model

- Na základě volby předpokladů aktuár umí modelovat best-estimate cash-flow zvolené pojistné smlouvy
- Z cash-flow lze spočítat hlavní i vedlejší ukazatele profitability a ohodnocení finančních toků:
 - **Value of New Business (VNB)**
 - **New Business Margin (NBM)**
 - **Payback Period** (= po kolika letech bude průběžný součet zisků a ztrát v cash-flow pozitivní)
 - **New Business Strain** (= výše ztráty na počátku pojištění)
 - **IRR** (konstantní úroková míra, při které bude počáteční hodnota cash-flow rovna nule)



Několik dalších nutných předpokladů:

- Struktura sjednávaných rizik
 - Výše sjednávaných pojistných částek
 - Struktura klientů (věk, pohlaví, povolání...)
- ➔ Vznikne sada tzv. modelpointů (testovacího vzorku pojistných smluv)
 - ➔ Aktuár modeluje Cash-flow a testuje profitabilitu na celé sadě modelpointů
 - ➔ Nastavuje sazebník produktu podle požadavku na ziskovost

Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
3. Metoda Cash-flow modelu
4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy
- 5. Sensitivity a RoRC**
6. Shrnutí a diskuze



Sensitivity

- Best-estimate cash-flow je pouze bodový odhad...
- **Sensitivita** = citlivost ukazatelů ziskovosti (VNB, NBM, ...) na scénáře změny jednotlivých předpokladů

Aktuár většinou testuje:

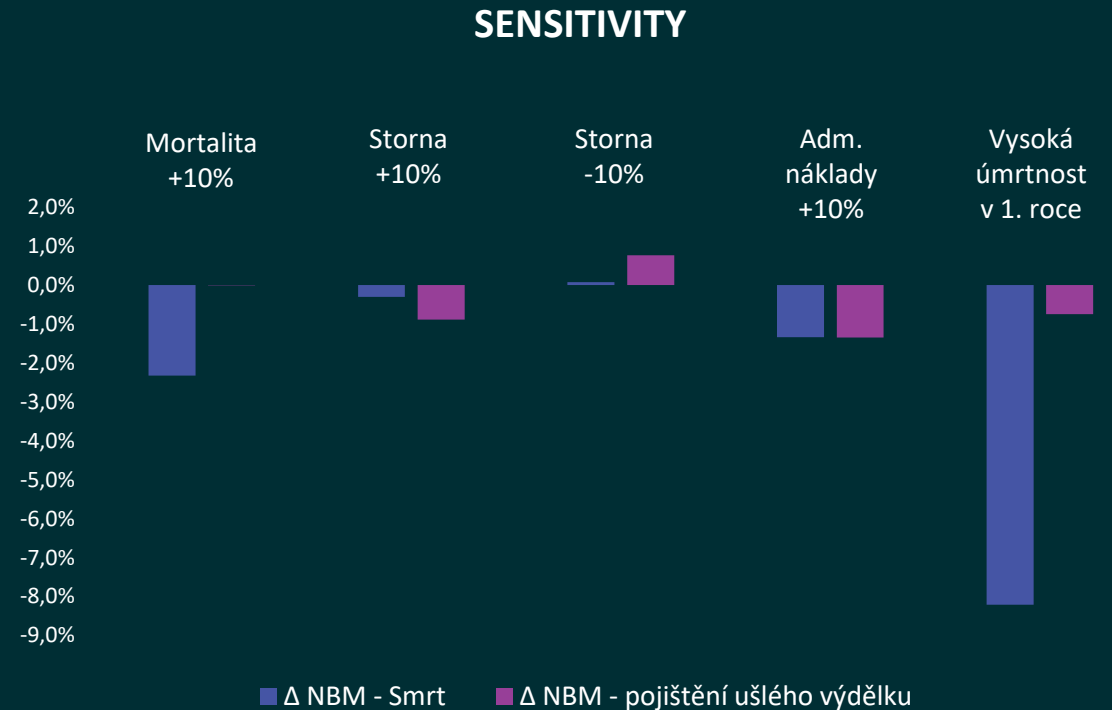
1) Standardní univerzální sadu sensitivit

- ☐ zvýšená úmrtnost a incidence
- ☐ Zvýšená/snížená storna
- ☐ Zvýšená náklady
- ☐ Vyšší/nížší diskontní křivka
- ☐ ...

2) Speciální worst-case scénáře pro daný produkt

3) Předepsané scénáře pro výpočet rizikového kapitálu

- ☐ úmrtnostní kalamita (úmrtnost + 0,0015 v 1. roce)
- ☐ kalamita storen
- ☐ ...



RoRC: Výnos z rizikového kapitálu

- **Return on Risk Capital (RoRC)**

- očekávané výnosové procento z rizikového kapitálu vázaného na nový obchod daného produktu
- Pracuje s výpočtem VNB a rizikového kapitálu
- Rizikový kapitál = výše vlastního jmění potřebná k tomu, aby pojišťovna s pravděpodobností 99,5% zůstala solventní i v dalším roce (koncept Value at Risk)
- Rizikový kapitál je počítán skrze předepsané sady scénářů (tzv. šoků) a jejich korelační matici

$$RoRC = \frac{VNB}{PVSCR(NB) * mng\ ratio} + inv_{PVRC}$$

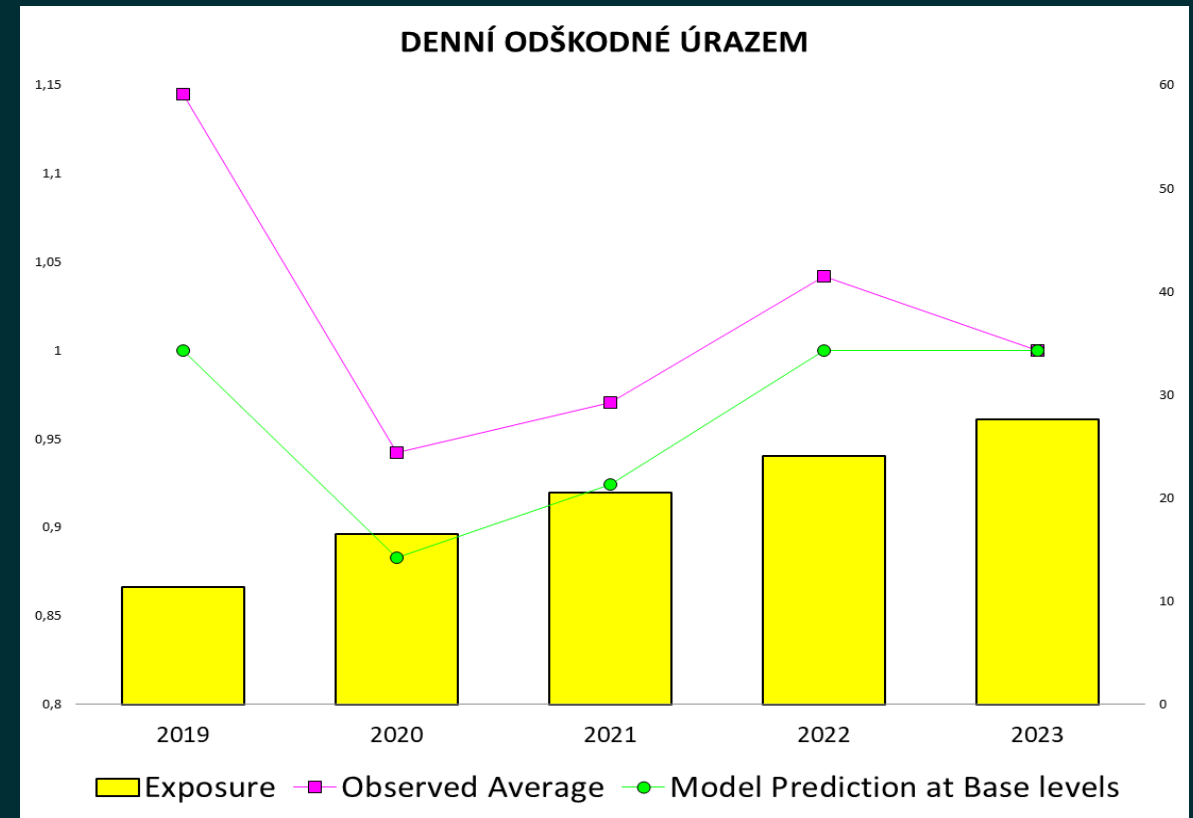
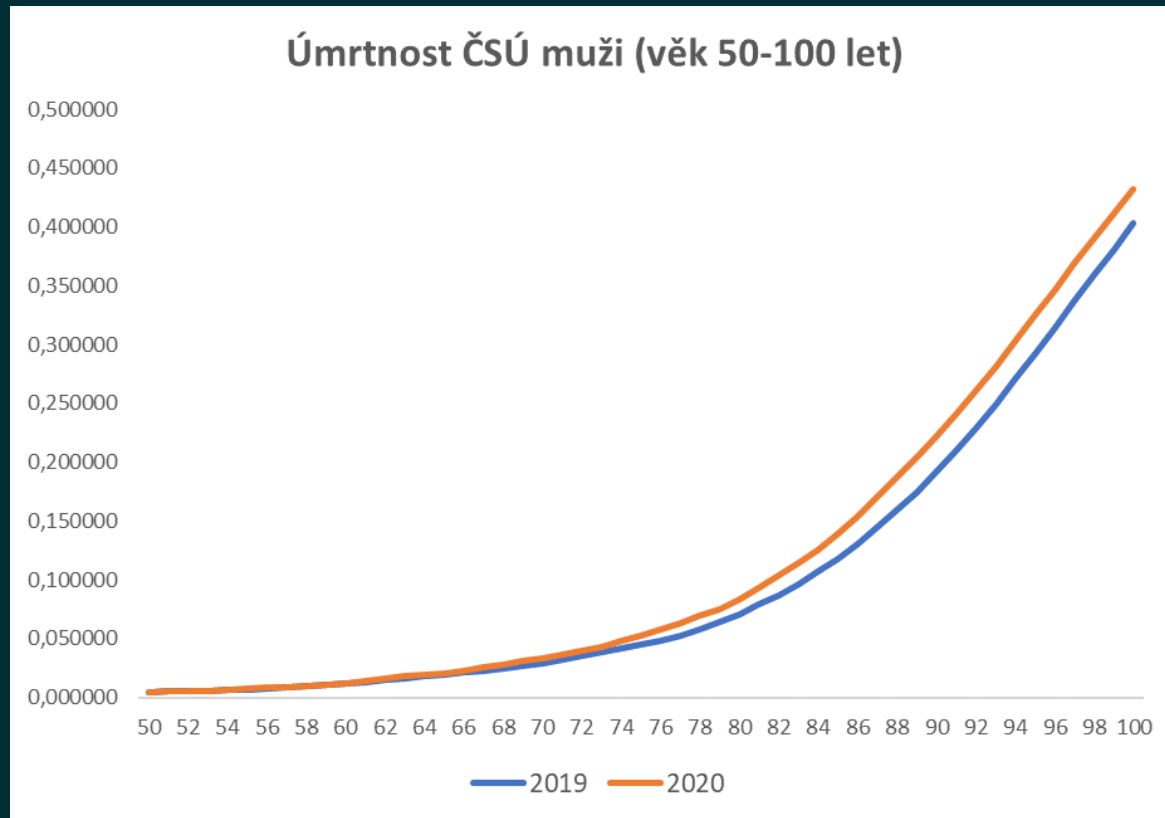
VNB ...hodnota nového obchodu

PVSCR(NB) ...příspěví nového obchodu do kapitálového požadavku v současné hodnotě

mng ratio ...management ratio, tj. zvolený poměr bezpečnostního navýšení kapitálu

inv_{PVRC} ...investiční výnos z rizikového kapitálu (resp. z aktiv ve kterých je držen)

Příklad z poslední doby: Pandemie Covid-19



Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
3. Metoda Cash-flow modelu
4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy
5. Sensitivity a RoRC
- 6. Shrnutí a diskuze**



Cyklus práce pricingového aktvára a produktového oddělení



Shrnutí

Co by měl ideálně zvládat pricingový aktuár?

- Rozumět datům, umět je zpracovávat, analyzovat a dělat závěry
- Komplexní znalost produktu a procesů
- Odborné stanovení předpokladů
- Znalost slabých míst v modelu
- Stručně a trefně vysvětlit svoje výstupy i „neaktuárovi“
- Aktivně se zajímat i o pohledy a náměty ostatních stran v pojišťovně
- Svět se zrychluje, i aktuár se učí fungovat agilně

Prostor pro diskuzi a dotazy

Děkuji za pozornost!