ODBORNÉ DOPORUČENÍ ČSpA č.1 STANOVENÍ BEZRIZIKOVÉ VÝNOSOVÉ KŘIVKY

Vydání č.1 schválené dne 7. prosince 2014

Právní normy a směrnice:

- Zákon č. 363/1999 Sb., o pojišťovnictví, ve znění pozdějších předpisů
- Zákon č. 353/2001 Sb., novela zákona o účetnictví, ve znění pozdějších předpisů
- Vyhláška č. 502/2002 Sb. pro účetní jednotky, které jsou pojišťovnami, ve znění pozdějších předpisů
- Odborná směrnice ČSpA č. 3 (Vydání č. 1 schválené dne 22. 9. 2003)

ACTUARIA

Obsah

1. Vstupní data

1.1. Data o tržních úrokových měrách úrokových swapů (IRS, Interest Rate Swap) získáme z Bloombergu. Data jsou získána z uzavíracích hodnot ke dni ocenění, střední kurz, kalendářní konvence Act/360, měna CZK, kupónové sazby; pokud dnem ocenění není obchodní den, použijí se data k poslednímu obchodnímu dni bezprostředně předcházejícímu den ocenění. Takto získané tržní kupónové sazby označíme $c_t^{M,Act/360}$, kde *t* značí maturitu příslušného úrokového swapu.

1.2. V současnosti se na trhu kotují následující maturity IRS: 1Y, 2Y, ..., 10Y, 12Y, 15Y a 20Y, přičemž hodnoty 12Y a 20Y lze považovat pouze za indikativní.

2. Kalendářní konvence

2.1. Před samotným odvozením spotových bezrizikových úrokových měr z dat dostupných na trhu je nutné tato data nejprve upravit. Korunové úrokové swapy se standardně kotují na bázi *Actual/360*, tj. pro získání ročních sazeb přenásobíme danou kotovanou sazbu zlomkem:

VZOREC

kde je N_i počet kalendářních dní v *i* -tém roce počítaném ode dne ocenění.

3. Nelson-Siegel

3.1. Pro dopočtení chybějících hodnot na výnosové křivce (tj. 11Y, 13Y, 14Y, 16Y, 17Y, 18Y, 19Y a nad 20Y) využijeme funkčního předpisu, který navrhli Nelson a Siegel [1987]. Předpokládali, že okamžitou forwardovou křivku lze popsat pomocí rovnice:

$$f_t = \beta_0 + \beta_1 e^{-t/\gamma} + \beta_2 t/\gamma\, e^{-t/\gamma}$$

kde $\beta 0, \beta 1, \beta 2$ a γ jsou parametry ovlivňující tvar křivky. Odpovídající spotová křivka (pro spojitě úročené sazby) má tvar:

$$Y_t = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)\frac{1 - e^{-t/\gamma}}{t/\gamma} - \beta_2 e^{-t/\gamma}$$

V případě aplikace na výnosovou křivku s ročním úročením je třeba použít přepočet $r_t = e^{Y_t} - 1$, kde r_t je odpovídající bezkupónová spotová sazba na dobu *t* -let s ročním úročením.

3.2. Parametry $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ a γ odhadneme numericky s využitím nelineární metody nejmenších čtverců. Za startovací hodnoty pro numerický algoritmus zvolíme $\beta_0 = c_{20}^M$, $\beta_1 = c_1^M - c_{20}^M$, $\beta 2 = 0$ a $\gamma = 2$.

3.3. Na krátkém konci použijeme pozorovaná tržní data. Pro delší doby potřebujeme tato data dopočítat tak, aby co nejlépe (hladce) navazovala na poslední použité pozorované hodnoty, a to v případě spotových i (více citlivých) dopočtených forwardových sazeb. Proto použijeme pro jednotlivé reziduální čtverce vhodně volené váhy s cílem lepšího proložení na delším konci výnosové křivky:

$w_t = (t\kappa)^{\delta}$, kde volíme $\delta = 3$ a $\kappa_t = 2/5$ pro *t* je *12* nebo *20*, jinak $\kappa_t = 1$.

3.4. Nyní přistoupíme k samotnému proložení:

(i) S využitím počátečních hodnot spočteme dle vztahu spojitě úročené spotové sazby na dobu $t = 1, \dots, N$, kde N je maximální požadovaná doba do splatnosti.

(ii) Tyto sazby převedeme na ročně úročené sazby – pro dobu do splatnosti <i>t</i> vypočteme $r_t = e^{Yt}-1$.

(iii) Spočteme *diskontní faktor* $DF_t = (1 + r_t)-t$ pro $1, \dots, N$.

(iv) Určíme *akumulační diskontní faktor* $ADF_t = \Sigma^t_{i=1} DF_i$ pro $1, \dots, N$.

(v) Kupónovou sazbu na dobu t pak dostaneme jako $c_t = (1 - DF_t) / ADF_t$.

(vi) Takto spočtenou sazbu porovnáme se sazbou pozorovanou na trhu a vhodnou úpravou parametrů β0, β1, β2 a γ provedeme minimalizaci vážených reziduálních čtverců s cílem získat nejlepší přiblížení modelovaných a pozorovaných kupónových sazeb:

$$\min_{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \gamma} \sum_{t \in \Lambda} w_t \left(c_t - c_t^M \right)^2 ,$$

kde $\Lambda = \{1, 2 \dots 10, 12, 15, 20\}$

4. Bootstrap a odvození forwardové křivky

4.1. Pro odvození finální (forwardové) bezrizikové křivky použijeme pozorované hodnoty c_t^M pro $t = 1, \dots, 5$ a pro vyšší t použijeme dopočtené hodnoty c_t.

4.2. Potřebujeme znát postup přepočtu kupónových sazeb na sazby bezkupónové. Tato metoda se nazývá *bootstrap* a je následující:

(i) $ADF'_0 = 0$

(ii) Postupně pro $t = 1, \dots, 5$ spočteme z pozorovaných sazeb c_t^M:

$DF'_t = (1 - c_t^M ADF'_{t-1})/(1 + c_t^M)$

$ADF'_t = DF'_t + ADF'_{t-1}$

(iii) Pak pro 6, ..., spočteme z dopočtených sazeb c_t:

$DF'_t = (1 - c_t ADF'_{t-1})/(1 + c_t)$

$ADF'_t = DF'_t + ADF'_{t-1}$

(iv) Výsledné bezkupónové sazby dostaneme jako $r'_t = DF_t'^{(-1/t)} - 1$ pro $t = 1, \dots N$.

(v) Z takto získaných sazeb spočteme jednoleté forwardové sazby dle vzorce:

$f_{t-1,1} = DF'_{t-1}/DF'_t - 1$ pro $t = 2, \dots N$.

5. Reference

[1] C. R. Nelson a A. F. Siegel: Parsimonious modelling of yield curves, Journal of Business, 60, No. 4, 473-89, 1987.

[2] J. Šrámek: Výnosové křivky, Seminář z aktuárských věd 2003/04, Matfyzpress, 2004